Unidad 3

Cinética.
Las leyes del movimiento.

3.0 Introducción

En esta unidad estudiaremos al movimiento de los cuerpos representados como partículas y las causas o razones por las cuales se mueven de la manera en que lo hacen.
Las causas del movimiento de un cuerpo se encuentran en las interacciones del medio ambiente con el cuerpo estudiado. Entendemos por medio ambiente a los otros cuerpos que rodean al que estamos estudiando. Las interacciones del medio ambiente las representamos mediante diversos conceptos: *fuerza, trabajo, energía, impulso, cantidad de movimiento.* En esta unidad explicaremos al movimiento con los conceptos de fuerza y aceleración. *Por ello definimos a la fuerza como una forma de representar o describir las interacciones entre los cuerpos, que puede acelerar (y en otros casos deformar) al cuerpo en cuestión.*
El estudio de la Cinética comprende dos partes:

- Las leyes del movimiento.
- Las leyes de las fuerzas. Es decir las que describen el comportamiento y la naturaleza de las fuerzas.

Las leyes que explican el movimiento de los cuerpos fueron concebidas en parte por Galileo alrededor de 1590 y formuladas finalmente por Newton en 1687. Su importancia es gigantesca, sobre todo si se tiene en cuenta las condiciones de ignorancia, miseria metodológica y represión intelectual, propias de la sociedad feudal, en la cual surgieron. Junto con el método experimental, que permitió su descubrimiento, y la ley de Gravitación Universal, constituyen el fundamento de toda la Física Clásica, el inicio de la Ciencia Moderna y la base teórica y conceptual de los desarrollos tecnológicos de la Revolución Industrial del siglo XIX y posteriores; es decir, el mundo tal y como lo conocemos, tiene una de sus raíces en la revolución del pensamiento[1] que constituye la Física Newtoniana.

Su influencia se encuentra evidentemente en la Matemática, pero también en la Filosofía, y hasta en las Ciencias Biológicas y Sociales que adoptaron métodos y conceptos surgidos de la Física; por lo que no es una exageración decir que prácticamente influyó en todas las esferas del pensamiento y en la forma de vida de la sociedad moderna.

[1] El pensamiento tiene una conexión directa y necesaria con la acción. Teoría y práctica se retro-alimentan mutuamente de manera incesante. Por ello Marx señalaba que el objeto de la ciencia, no era tan solo entender al mundo, el objetivo del conocimiento, su resultado, es la transformación del mundo.

3.1 El surgimiento de la ciencia.

Desde las más remotas épocas, en su lucha por sobrevivir, interactuando de forma consciente con su medio, el humano desarrolló el pensamiento racional. Gracias a su poderoso cerebro, pudo procesar una gran cantidad de información captada por sus sentidos, representar mentalmente el mundo y descubrir las interconexiones materiales, existentes en los fenómenos de la naturaleza para su provecho. Es decir, des-cubrir las leyes del comportamiento de la materia. Esto es lo que en Filosofía se llama *materialismo*.

Por otro lado, también se han producido otro tipo de ideas. Ante la gran cantidad de fenómenos que escapaban a su comprensión y control, el hombre se inventó la superstición, la religión, la magia, y un cúmulo de concepciones sobre el mundo que no concuerdan con la realidad, a esta "visión" en filosofía se le llama *"idealista"*. Vemos como estos dos tipos de pensamiento han acompañado al hombre a lo largo de su historia como especie, subsistiendo hasta la actualidad. La Física Clásica o newtoniana es un gran logro de la concepción materialista.

Durante la Edad Media en Europa, la Iglesia Cristiana se consolidó como el mayor poder económico, político, e ideológico. Con base en la Biblia y en interpretaciones sesgadas de algunos filósofos griegos como Platón y Aristóteles construyó una concepción idealista del mundo que obstaculizó el desarrollo de la ciencia y del pensamiento, tanto por sus contenidos (lo que sostenía) como por sus métodos y criterios. Por ejemplo, en la época medieval algo se consideraba verdadero porque así lo decía la autoridad, ya sea la Iglesia, la Biblia o los sabios antiguos. En cambio, e*l criterio científico de verdad es el contraste con la realidad*, una cosa es cierta **si explica adecuadamente la realidad, si funciona en la práctica, de lo contrario es falsa.**

También se echaba mano de la lógica, pero se distorsionaba de acuerdo a los intereses dominantes. Un ejemplo clásico es la cadena de preguntas con la que supuestamente se puede probar, lógicamente, la existencia de Dios[2].

El control ideológico incluía la prohibición de cualquier cuestionamiento a la "verdad absoluta" o "versión oficial".

Desde la antigüedad griega, pero sobre todo durante la edad media, se pensaba que el cielo era perfecto e inmutable, el movimiento de los astros se sucedía con regularidad matemática, y su comportamiento aparecía imperturbable. En contraste los fenómenos en la tierra se presentaban caóticos, las cosas terrenales eran imperfectas. Aquí existía la maldad, las guerras, las hambrunas y las enfermedades (todo ello debido al pecado). Por ello se consideraba que la "mecánica celeste", las leyes del cielo, que regían el comportamiento de estrellas y planetas, eran diferentes de las que, en la tierra, guiaban el curso de los acontecimientos.

Aristóteles, tres siglos antes de Cristo, desarrolló una concepción del mundo básicamente estática y animista (que las cosas tienen ánima o alma). Entre otras cosas decía que los cuerpos *tienden, buscan o quieren, permanecer en su sitio, solo se mueven cuando "algo",*

[2] Es clásica la cadena de preguntas con la que supuestamente se prueba la existencia de dios. ¿Quién creó al hombre?, ¿Quién creo al mundo?, ¿Quién creo la galaxia? ¿Quién creo el universo?, supuestamente así se "demuestra" que tuvo que haber sido Dios el creador de todo. El argumento cae cuando se continúa preguntando ¿y quién creó a Dios? Porque si la cadena de preguntas puede detenerse en Dios, puede detenerse en cualquier eslabón, si se afirma que Dios ha existido desde siempre, lo mismo se puede afirmar de la materia.

los hace moverse, como cuando empujamos o jalamos un bulto. También cuando tratan de regresar a *"su"* lugar en la naturaleza, *el que les corresponde*, como cuando una piedra rueda cuesta abajo.

Pero estas explicaciones, que coinciden con la observación *superficial* del comportamiento mecánico de los cuerpos, se mostraban limitadas al tratar de explicar otros fenómenos ¿por qué una flecha puede llegar tan lejos? ¿Qué la empuja una vez que ha abandonado la cuerda del arco? Aristóteles supuso que el aire frente a la flecha pasaba a la parte de atrás y la empujaba, pero no pudo explicar porque entonces su movimiento no era ilimitado; es decir, por que llegaba el momento en que la flecha caía. Tampoco pudo explicar que hacía que los planetas se movieran. Mezclando la Biblia y los planteamientos aristotélicos, algunos filósofos medievales llegaron a plantear ideas tan absurdas como que eran los ángeles los que empujaban a los planetas en su recorrido por la bóveda celeste.

Lo anterior que parece solo relacionado con la especulación tenía conexiones directas con la vida cotidiana. En efecto, las concepciones sobre la naturaleza y la sociedad siempre se han influenciado mutuamente. Si el universo era inmutable y funcionaba de acuerdo con la voluntad de Dios, la sociedad también debería seguir este patrón, o sea las cosas debían mantenerse tal como estaban, los pobres, deberían seguir pagando impuestos y sirviendo a los señores feudales y a los obispos, sin que siquiera pudieran pensar en un cambio... "esa era la voluntad de Dios". La concepción estática e idealista del mundo (y de la sociedad) promovida por Aristóteles ha sido, en todas las épocas, la filosofía favorita de las clases poderosas (por ello es tan famoso). En Física sus ideas resultaron particularmente erróneas. En palabras de John D. Bernal:

> *La ciencia griega le aportó a la ciencia moderna un plan general, un método y un lenguaje. Todos los problemas en torno a los cuales se ha desarrollado la ciencia moderna –tales como la naturaleza de los cielos, el cuerpo humano o el comportamiento del universo– fueron formulados por los griegos. Por desgracia éstos también pensaron que los habían resuelto a su propia manera, particularmente lógica, bella y definitiva. Así la primera tarea de la ciencia moderna, después del renacimiento, consistió en mostrar que la mayor parte de estas soluciones eran insensatas o erróneas... (lo cual consumió) una buena parte de los 500 años siguientes[3].*

Como mencionamos anteriormente la Física influyó en la Filosofía, pero lo inverso también es correcto, por lo que echaremos mano de algunos conceptos filosóficos que permitirán entender mejor los planteamientos de la Física. Tal es el caso de la contradicción entre la *apariencia* y la *esencia*.

La apariencia *de una cosa o fenómeno es la forma como se muestra ante nuestros ojos, la información inmediata o superficial que es captada por nuestros sentidos,* ***lo que parece ser****.*
La esencia *de una cosa o fenómeno representa su verdadera naturaleza, las leyes de su comportamiento****, lo que realmente es****.*

Comúnmente decimos *"las apariencias engañan",* y ésta es una frase llena de verdad. Normalmente la esencia se encuentra "oculta", por la apariencia, por lo cual debemos estar alertas, rebasar la superficie de los hechos y *des-cubrir* su verdadera naturaleza, penetrar a fondo en la observación y el análisis. Solo así podremos entender realmente "la cosa o fenómeno".

---

[3] John D. Bernal. La ciencia en la historia, p184, E. Nueva imagen

El enfoque aristotélico para explicar el movimiento quedaba atrapado en la *apariencia* y la búsqueda de "la causa" se distorsionó con las ideas religiosas del Medievo, que ubicaban a "la causa última", "el motor de todas las cosas" en dios; es decir, "*las cosas son como son porque dios así lo quiere".* Este planteamiento limitaba el pensamiento y la investigación. No era importante buscar la verdad, lo importante era *la fe,* creer en lo que decía la autoridad.

Galileo evitó la trampa de la *Escolástica*[4] que durante siglos había atrapado el pensamiento, con un nuevo enfoque, él quería saber ***cómo*** era el movimiento, y para ello recurrió a la observación de bloques y balines bajando sobre planos inclinados, a la medición de las distancias que recorrían y de los tiempos que se tardaban en recorrerlas, y buscó establecer las relaciones matemáticas que existían entre ambas cosas. Por ello se le considera uno de los padres del método experimental[5].

Galileo también observó que cuando el plano inclinado se acababa, los cuerpos continuaban moviéndose sobre el suelo horizontal una cierta distancia y finalmente se detenían, lo que aparentemente le daba la razón a Aristóteles: "solo se mueve cuando una fuerza lo mueve". Sin embargo Galileo repitió el experimento muchas veces, usando planos y cuerpos de diferente rugosidad, y descubrió que entre más liso el suelo, los cuerpos llegaban más lejos. Extrapolando sus observaciones dedujo que si se lograra un cuerpo y un plano horizontal perfectamente lisos, es decir *si se lograra eliminar la fricción, el cuerpo continuaría moviéndose en línea recta con velocidad constante.* Esto es lo que se conoce como la ***"Primera Ley del Movimiento".***

Como sabemos Galileo fue juzgado y castigado por la Inquisición, a pesar de su amistad personal con el papa, por sostener que se podía explicar el movimiento de los planetas con el modelo heliocéntrico de Copérnico, diferente al geocéntrico, propuesto por Tolomeo dos siglos después de Cristo, y que fue adoptado por la Iglesia católica como verdad única.

Años después, con menos censura y persecución y con mayor herramental metodológico y matemático, Newton regresó al problema de las causas y logró conformar una nueva concepción del universo, que, como ya lo mencionamos, influyó en todo el pensamiento posterior.

Su explicación del mundo físico resultó tan poderosa que se mantuvo sin modificaciones ni cuestionamientos serios hasta fines del siglo XIX, y solo a principios del XX con Albert Einstein fue superado con la Teoría de la Relatividad. No obstante, una gran parte de la creación tecnológica hasta nuestra época se sigue basando en la Física Newtoniana.

3.2 Primera ley del movimiento.

Ya comentamos el experimento de Galileo que le llevó a comprender la primera ley del movimiento, su enunciado tradicional es:

---

[4] La Escolástica es la filosofía medieval que pretendía demostrar de manera lógica la existencia de Dios y la verdad de la Biblia.

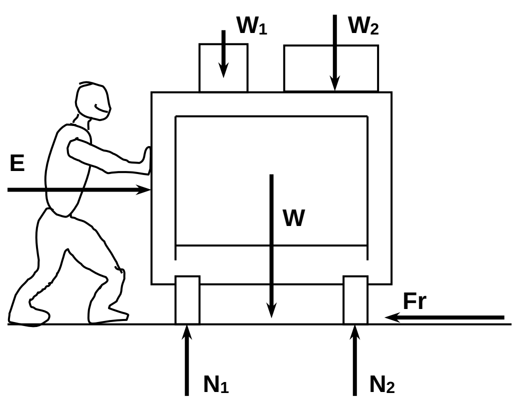
[5] Arquímedes, tres siglos antes de Cristo ya había usado la experimentación, y Roger Bacón en el siglo XIII defendió el método experimental. Es clásico en la Historia mencionar a "los grandes Hombres", pero ellos no son más que el producto de sus propias condiciones históricas. Desde siempre los artesanos, carpinteros, albañiles, herreros, etc. conocieron la importancia de que las cosas funcionaran en la práctica y desarrollaron una gran cantidad de mecanismos, procedimientos, sustancias y conocimientos que constituyen el aporte popular y por ello no reconocido de la técnica y la ciencia. El enfoque aristotélico y aristocrático mantuvo a la ciencia apartada de esos conocimientos por considerarlos vulgares y con ello retraso su avance.

> ***Una partícula que se encuentra en reposo o con movimiento rectilíneo y uniforme, permanecerá en este estado mientras no actué sobre ella "un agente externo" que modifique su estado de movimiento.***

Pero ¿qué es ese *"agente externo"?*. La visión *inmediata* sugiere que ese "agente externo" es *una fuerza*. Esto parece coincidir con la experiencia. Si empujamos una silla, se mueve, si no la empujamos no se mueve. *Pareciera* que la fuerza que le aplicamos a la silla *es la causa* de su movimiento; sin embargo *esto es solo la apariencia*. ¿Por qué si empujamos un mueble grande y pesado, no se mueve? Se podría decir que es porque la fuerza que le aplicamos no es suficiente... y nuevamente estaríamos siendo engañados por la apariencia.

Para des-cubrir la esencia del fenómeno debemos darnos cuenta que sobre el mueble (grande o chico) actúan *otras fuerzas.* Además de la aplicada por la mano, está la fuerza con que la tierra jala al mueble hacia abajo (llamada peso), también están las aplicadas por el piso, que son la fuerza de fricción (tangencial) y las fuerzas perpendiculares o normales[6] y también pudieran haber otras fuerzas.

El comportamiento mecánico de un cuerpo está determinado por todas las interacciones con su medio, es decir:
Es el conjunto de todas las fuerzas que están actuando sobre un cuerpo, lo que determina si se mueve o no y como lo hace.



Las fuerzas sobre el mueble mostrado son:

E empuje aplicado por la persona. W peso, aplicado por la tierra. W_1 y W_2 peso de los objetos encima del mueble. Fr fricción, fuerza tangencial aplicada por el piso. N_1 y N_2 fuerzas perpendiculares o normales aplicadas por el piso (a veces llamadas reacciones).

O sea que, para empezar (a entender) no es un agente, ni una fuerza, ni una causa, lo que ocasiona el movimiento.
Las cosas, los fenómenos, no ocurren por una causa*, *siempre existen muchas causas*, muchos factores que intervienen. *En la naturaleza y en la sociedad no existe fenómeno por sencillo que parezca, que responda a una sola causa. Podrá haber una que es la más importante, otras que serán secundarias y otras de poca importancia que podrán omitirse en un análisis o una descripción, pero siempre son muchas *(y además cambian en el tiempo).*

Entonces ***es la suma de fuerzas externas aplicadas a un cuerpo lo que determina si un cuerpo se mueve o no.***
Pero clasificar a los cuerpos en "los que están en reposo" y los que están en movimiento" es, nuevamente atender a las apariencias. *La 1ª ley agrupa en el mismo caso a los cuerpos en*

[6] Siempre que hablamos de una fuerza normal nos referimos a que es perpendicular a las superficies.

reposo y los que se mueven con movimiento rectilíneo uniforme. Y es que *en ambos casos* ***la velocidad es constante*** (tenga valor cero o no). De manera que un mejor enunciado de la primera ley del movimiento es:

> ***Una partícula permanecerá con velocidad constante mientras la suma de todas las fuerzas externas sea cero.***

O mejor aún:

> ***Si las distintas fuerzas externas que están actuando sobre un cuerpo se anulan unas con otras la aceleración valdrá cero y la velocidad será constante.***

Expresada de otra forma

> ***Si*** $\Sigma F = 0$ ***entonces la aceleración vale cero, a = 0, y la velocidad será constante.***

En ambos casos se dice que el cuerpo está en ***equilibrio***.
O sea que el concepto de equilibrio comprende tanto al reposo como al MRU, dado que en ambos casos $\Sigma F = 0$**,** a = 0 y v = constante
Repitiendo: cuando la suma de fuerzas externas vale cero, el cuerpo puede mostrar uno de dos comportamientos (en el nivel de la apariencia):

1. que se mantenga en reposo o
2. que se mantenga moviéndose en línea recta con rapidez constante.

A la primera ley del movimiento también se le conoce como “de la Inercia”. Entendiéndose por **inercia** la tendencia natural de los cuerpos a mantener su velocidad constante, o bien la resistencia de los cuerpos a acelerarse.
Si la suma de fuerzas aplicadas sobre un cuerpo es diferente de cero el cuerpo se acelera, pero ¿de qué manera lo hace? Esto lo responde la segunda ley del movimiento.

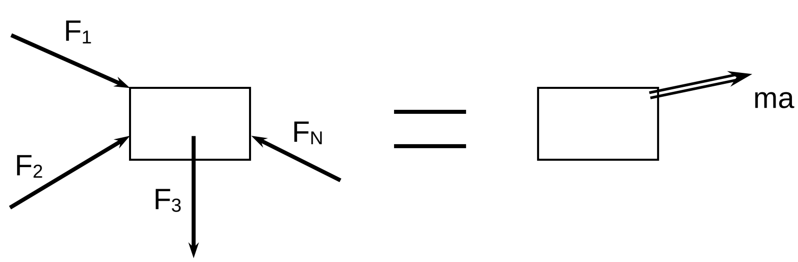
3.3 Segunda ley de Newton:

> ***Una partícula sujeta a un conjunto de fuerzas externas cuya suma*** *(o resultante)* ***es distinta de cero, recibe una aceleración directamente proporcional a la magnitud de la resultante y en la misma orientación que esta.***

Expresada matemáticamente

$$\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a} \qquad (3.1)$$

Gráficamente



Nuevamente resaltamos el hecho de que ***es el conjunto de fuerzas externas, y no solo una, lo que provoca la aceleración.*** Esto implica que al analizar el movimiento de un cuerpo debemos estar atentos a ***todas las fuerzas que actúan sobre él*** y a la forma en que están aplicadas. En contraparte tampoco es correcto considerar fuerzas de más; es decir, fuerzas ficticias o que no actúen sobre el cuerpo.

Es conveniente remarcar que clasificar a los cuerpos en los que se mueven y los que no se mueven es nuevamente quedarse en la superficie del fenómeno (su apariencia), *lo importante no es si los cuerpos se mueven o no, sino* ***si se aceleran o no se aceleran***, es decir si su *velocidad cambia o si se mantiene constante*.

De manera que *la expresión matemática de la Segunda ley contiene a la Primera Ley*, ya que si la suma de fuerzas vale cero, la aceleración también valdrá cero.

En resumen:

$$\textbf{Si } \Sigma \boldsymbol{F} \begin{cases} = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ y } v = \text{Cte.} \left.\begin{cases} v = 0 \quad \text{reposo} \\ v \neq 0 \quad \text{Movimiento Rectilíneo y Uniforme} \end{cases}\right\} \text{Equilibrio} \\ \neq 0 \Rightarrow v \text{ cambia, } a \neq 0, \text{ el cuerpo se acelera y } \Sigma \boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} \end{cases}$$

3.4 Masa.

En la expresión $\Sigma \boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$ el término *m* es la constante de proporcionalidad y la llamamos ***masa***. (Lo anterior es la primera definición de masa). Que la masa es una constante se puede demostrar con el siguiente experimento: Sujetemos a un mismo cuerpo a distintos conjuntos de fuerzas desequilibradas ΣF_1, ΣF_2 . . . ΣF_n, y midamos las aceleraciones provocadas que serán a_1, a_2, . . . a_n, respectivamente. Si realizamos los cocientes de las resultantes entre las aceleraciones correspondientes descubriremos que:

$$\frac{\Sigma F_1}{a_1} = \frac{\Sigma F_2}{a_2} = \ldots = \frac{\Sigma F_n}{a_n} \qquad \textit{¡Se mantienen constantes para cada cuerpo!}$$

La masa, es el cociente de la suma de fuerzas entre la aceleración correspondiente y es un escalar constante para cada cuerpo.

Y proporciona una medida de la resistencia que dicho cuerpo presenta a cambiar de velocidad; es decir, a acelerarse. Dicho de otra manera, la masa proporciona una medida de la inercia.

La masa es una propiedad de cada cuerpo, que no cambia con la temperatura, la presión, la gravedad, la humedad, el lugar de la tierra, ni siquiera en otro planeta; es decir que ***no cambia en lo absoluto***[7]. Por ello se dice que la *masa es una propiedad* ***"absoluta"*** *de los cuerpos*, y los sistemas de unidades que la toman como concepto fundamental se llaman absolutos.

[7] Bueno, al menos así se consideraba hasta inicios del siglo XX cuando Einstein elaboró su teoría de la relatividad, la cual demuestra que la masa si sufre variaciones pero solo a velocidades cercanas a las de la luz. O sea que para fines prácticos podemos seguir considerando a la masa como "constante absoluta".

Otra definición común es:
Masa es: "la cantidad de materia que posee un cuerpo".

Aunque sencillo en apariencia, el enunciado anterior presenta el problema de tratar de definir a la masa en términos de otra cosa que no ha sido definida: *la materia*, y este nos remite a la frontera del conocimiento, *¡aún se continúa investigando qué es la materia!*
Este asunto ha sido y continúa siendo objeto de numerosas investigaciones. Actualmente sabemos que la materia está compuesta por moléculas, y estás por átomos, que a su vez están formados por un núcleo y electrones circulando en torno a él. El modelo del sistema solar en miniatura fue una de las primeras propuestas, pero solo se formuló con fines didácticos. Sabemos que la trayectoria de los electrones no es fija sino aleatoria, y se mueven tan rápido que forman una especie de "nube" alrededor del núcleo.

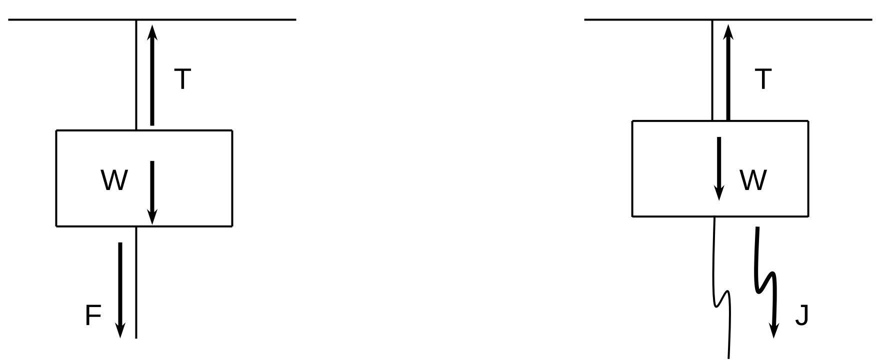
¿Que hay entre el núcleo y los electrones? Es una pregunta interesante. Si se amplificara un átomo de hidrógeno, que es el más sencillo, conformado solo por el núcleo y un electrón, de manera que el núcleo fuera como una pelota de baloncesto, el electrón estaría como a 35 Km de distancia y el electrón tendría el tamaño "más o menos" de un punto de este libro … Y en ese gigantesco espacio no habría otras partículas de "materia". Es decir, la mayor parte de los cuerpos "sólidos" está ocupada por*... ¡espacio!* Espacio dentro de cada átomo y entre un átomo y otro. ¡O sea que la mayor parte de la materia es espacio!

Otro problema que presenta la definición de masa como "la cantidad de materia que posee un cuerpo", es la medición. Para ser congruentes tendríamos que medir la "cantidad de materia" es decir contar el número de partículas, átomos o moléculas, lo cual, como podemos imaginar no es fácil ni práctico. Por estos motivos esta definición se ha vuelto obsoleta, y solo resulta útil como una referencia histórica o una introducción al tema.

En resumen, consideramos a la masa como un escalar constante que proviene del cociente de cualquier conjunto de fuerzas entre la aceleración correspondiente (la que le ocasionan al cuerpo) y que indica la resistencia del cuerpo a acelerarse.

$$\frac{\Sigma F_1}{a_1} = \frac{\Sigma F_2}{a_2} = ... = \frac{\Sigma F_n}{a_n} = m$$

Un experimento sencillo permite ilustrar el concepto "inercial" de masa. Coloquemos un bloque de digamos "gran masa" colgando de un hilo y con otro en la parte inferior como se muestra en la figura:



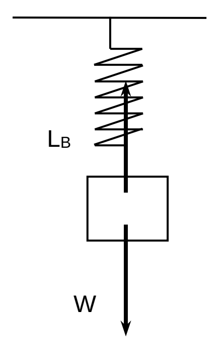
Si jalamos lentamente el hilo de abajo aumentando gradualmente la fuerza F ¿cuál será el primer hilo que se reviente?

Veamos, al jalar el hilo de abajo aumenta la tensión en él, pero también en el hilo de arriba, el cual además tiene que soportar al peso del bloque; por lo tanto el primer hilo que se romperá será el de arriba.   ¡Bien!.
Ahora sujetemos al mismo bloque de manera similar, pero apliquemos la fuerza al hilo de abajo de la manera más violenta posible, mediante un jalón repentino J. ¿Cuál cuerda se reventará primero?   ¡Claro! La de abajo.

El bloque tiene una inercia "muy grande", de manera que para acelerarlo bruscamente; es decir con una gran aceleración, se requiere una fuerza muy grande, tan grande que el hilo inferior no es capaz de resistirla, por lo cual se revienta.

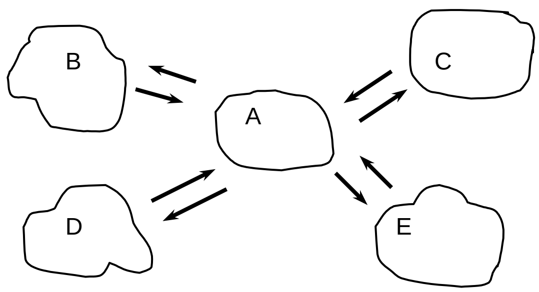
El hilo superior no percibe un gran aumento de tensión, debido a que el bloque no se acelera.

Medición de la masa.
La masa se mide en forma indirecta mediante la medición del *peso*, es decir la *fuerza con que la tierra atrae al cuerpo*. O sea que cuando sobre un cuerpo solo actúa la fuerza de gravedad (otro nombre del peso), el cuerpo cae acelerándose con la aceleración de la gravedad, de acuerdo con la segunda ley Newton:

$W = mg$ Entonces, podemos medir el peso, anulándolo con otra fuerza, (obviamente igual) como la de un resorte que se deforma, u otro tipo de báscula, L_B = Lectura de la báscula $L_B = W$ De manera que podemos calcular la masa $m = \frac{W}{g}$		 ¿En qué casos la lectura de la báscula no es igual al peso?

3.5 Las interacciones entre los cuerpos

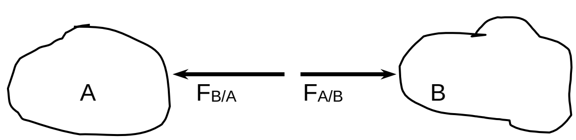
Ya habíamos mencionado que un cuerpo cualquiera se encuentra situado en un medio ambiente y forma parte de él; es decir; siempre está rodeado de otros cuerpos e interactúa con ellos. Una forma de representar las interacciones entre los diferentes cuerpos es mediante el concepto de ***fuerza***.



***Las fuerzas son una manera de conceptuar las interacciones de unos cuerpos con otros*.**

En la figura solo se muestran las interacciones entre el cuerpo A y los demás, pero también existen las interacciones entre B y los otros, entre C y los restantes, etc. Es decir *todos están interactuando con todos.*

En la naturaleza de estas interacciones está el hecho de que *no puede existir una fuerza aplicada a un cuerpo que provenga de la nada, **siempre proviene de otro cuerpo***; es decir, ningún cuerpo puede actuar sobre otro sin recibir a su vez la acción del otro sobre el primero. Por esto, hablar de “acciones” es poco ilustrativo, es preferible el término ***interacciones***, *y entender al concepto de fuerza conformado por dos partes.* Esto es como las dos caras de una moneda, aunque solo veamos una a la vez, sabemos que la otra existe.



Una fuerza aplicada a un cuerpo siempre tiene su contraparte.

$F_{A/B}$ es la fuerza de A sobre B
$F_{B/A}$ es la fuerza de B sobre A

Ambas son iguales, colineales, opuestas, simultáneas y aplicadas sobre cuerpos diferentes

Esto Es lo que describe la tercera ley del movimiento formulada por Newton.

3.6 La Tercera ley de Newton.

Cuando un cuerpo A le aplica una fuerza a un cuerpo B, éste, simultáneamente le aplica al primero la contraparte de la fuerza[8] que es igual en magnitud y dirección y opuesta en sentido. Al estar aplicadas en diferentes cuerpos, estas fuerzas no se anulan.

---

[8] O mejor dicho, la contraparte o el complemento de esa fuerza.

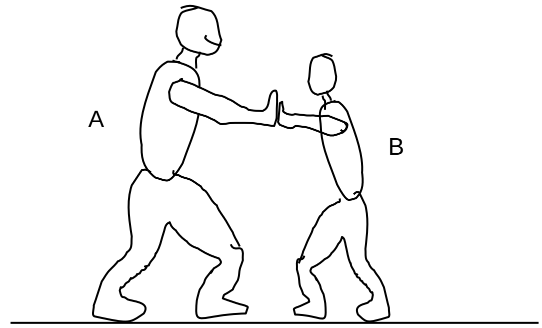
Otro enunciado que se ha difundido ampliamente es:

> ***"A toda acción corresponde una reacción de la misma magnitud y dirección pero de sentido contrario".***

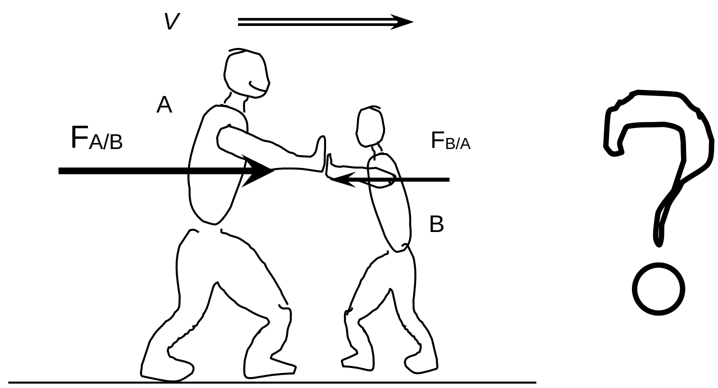
Lamentablemente este enunciado "tradicional" presenta serias deficiencias: En primer lugar al introducir los términos ***"acción" y "reacción",*** *pareciera sugerir una secuencia de acontecimientos en el tiempo. Pareciera decir que "*primero ocurre la acción y posteriormente, a consecuencia de ésta, surge la reacción". Lo cual es erróneo. *En realidad las interacciones entre los cuerpos son* ***simultáneas***. En segundo, no aclara suficientemente que *las fuerzas de "acción" y "reacción" realmente son las dos partes de una misma cosa* (como las dos caras de la misma moneda); es decir son las dos partes de una misma interacción entre dos cuerpos. Por último. *No se especifica que las fuerzas de "acción" y "reacción" están aplicadas sobre cuerpos diferentes y por lo tanto no entran en la suma de fuerzas planteada en la segunda ley, lo que implica que no se pueden anular por la sencilla razón de que están aplicadas sobre cuerpos diferentes.*

Recapitulando: las interacciones entre los cuerpos son ***iguales, opuestas, colineales, simultáneas y aplicadas en cuerpos diferentes.*** Por lo cual, aun siendo de la misma magnitud y de sentido contrario, ***nunca se anulan*****.**

Ejemplo 3.1*.* Para aplicar las leyes anteriormente explicadas consideremos a dos estudiantes que juegan a empujarse, el estudiante A es deportista y pesa 90 kg y mide 1.85m el estudiante B no hace ejercicio pesa 50 kg y mide 1.60m

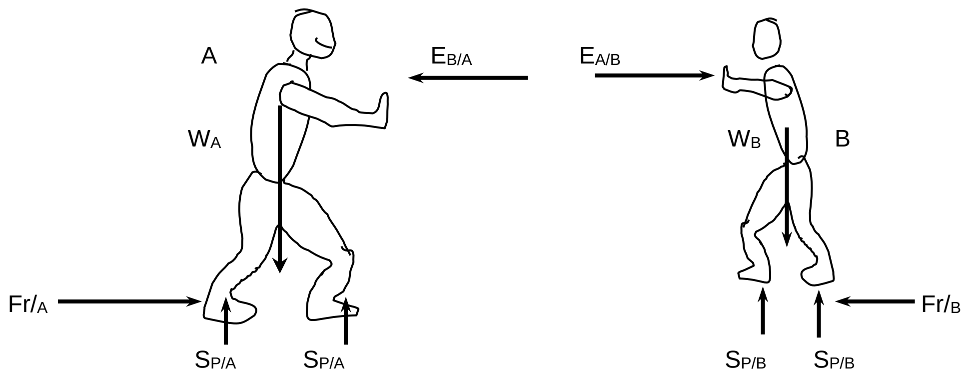


¿Cómo se moverán? La respuesta parece evidente, A se moverá hacia adelante y B se moverá hacia atrás; es decir, los dos se moverán hacia la derecha. Otra pregunta es ¿por qué se mueven de esa manera? Nuevamente *parece* fácil de responder: A empuja más fuerte a B y por lo tanto “le gana”



Pero… ¿Esto es lo que realmente sucede?
Si analizamos con más detalle la afirmación anterior, significa que la fuerza que A le aplica a B es mayor que la fuerza que B le aplica a A, lo cual contradice la tercera ley del movimiento. ¿Qué está pasando?, ¿Será que la tercera ley sólo es válida para los cuerpos en reposo?...

¡No! Lo que ocurre es que en el análisis nos estamos quedando en un nivel muy superficial. Planteemos el asunto de otra forma *¿Por qué un cuerpo se mueve de la manera en que lo hace?* La respuesta teórica nos llega inmediatamente a la memoria: “Por *la suma* de fuerzas que actúan sobre él”. Entonces ¿cuáles son las fuerzas que están actuando sobre A? y ¿cuáles están actuando sobre B? Para contestarlas hagamos el diagrama de cuerpo libre de cada estudiante:



Sobre cada muchacho actúan las siguientes fuerzas: El empuje del otro E, la atracción de la tierra W, el soporte perpendicular del suelo sobre los pies S (Comúnmente llamado normal), y la fricción del piso sobre los pies Fr.

La manera en que cada cuerpo se mueve depende de la totalidad de fuerzas externas actuando sobre él. Como el movimiento posible es horizontal, se puede plantear $\Sigma \boldsymbol{F_x} = \mathrm{m}\boldsymbol{a_x}$ para cada cuerpo. Es decir:

Para A $\qquad + \rightarrow \quad \Sigma \boldsymbol{F_x} = Fr_{/A} - E_{B/A} = m_A \boldsymbol{a_A}$

Para B $\qquad + \rightarrow \quad \Sigma \boldsymbol{F_x} = -Fr_{/B} + E_{A/B} = m_B \boldsymbol{a_B}$

De manera que la aceleración de cada estudiante depende del balance entre el empuje aplicado por el otro y la fricción del piso.

Y esto no contradice al hecho de que los empujes entre ambos estudiantes son iguales y opuestos.

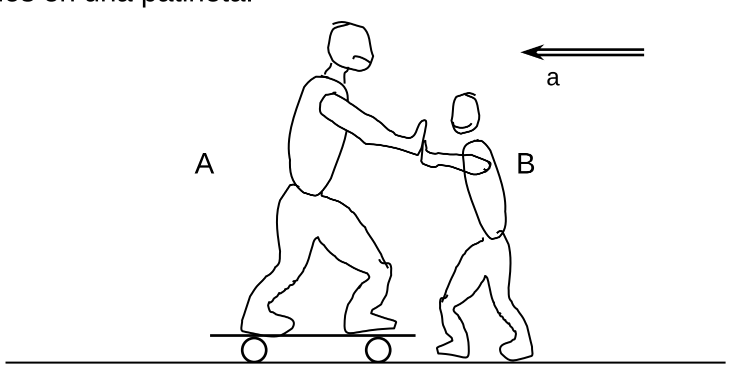
Entonces, ¿Por qué "gana" A?

Si A se acelera hacia delante es porque la suma de fuerzas externas sobre A va en ese sentido. El hecho de que A sea más pesado y más "fuerte" que B contribuye a que la fricción del piso sobre A, $F_{R/A}$ sea mayor, *en muchos casos*; al empuje de B, $E_{B/A}$.

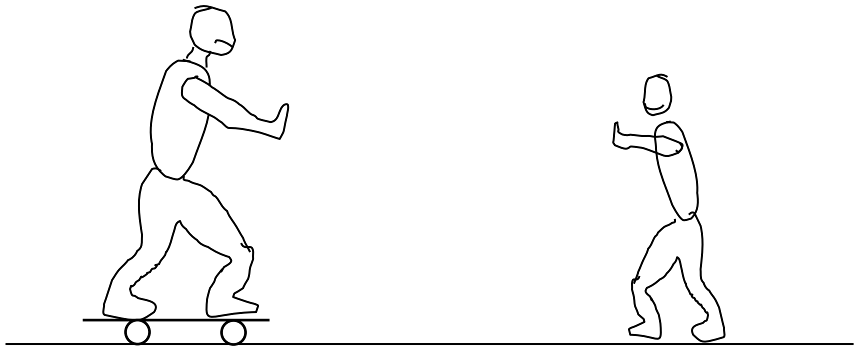
Dijimos "en muchos casos" pero esto no significa en todos los casos. O sea, ¿es posible que $E_{B/A}$ sea mayor que $F_{R/A}$? ¡Claro!. ¡Pero esto implica que A puede ser acelerado hacia atrás! Es decir, a nivel superficial se vería como que B le "gana" a A.

¿Cómo puede lograrse que B "le gane" a A? es decir, ¿Cómo lograr que ambos cuerpos se aceleren hacia la izquierda?

¡Fácil! Disminuyendo la fuerza de fricción sobre A, esto ocurre si sus zapatos son muy lisos, o si lo subimos en una patineta.

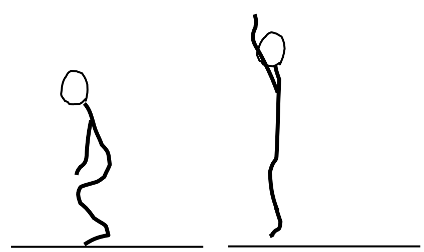


Dibuja el DCL de cada estudiante



Y en este caso ***el empuje de un muchacho sobre otro seguiría siendo igual, opuesto, simultáneo y no se anulan***. *¡La tercera Ley del movimiento complementa de manera magistral a la segunda!*
¿Puedes proponer otras maneras de reducir la fricción sobre A?
Con este ejemplo queremos resaltar ***que es la suma de fuerzas externas aplicadas a un cuerpo lo que provoca (y explica) que el cuerpo se acelere.*** Y esto no se contrapone de ninguna manera con lo planteado por la tercera ley.

Ejemplo 3.2 Otro ejemplo interesante de analizar es el caso de un muchacho que salta.

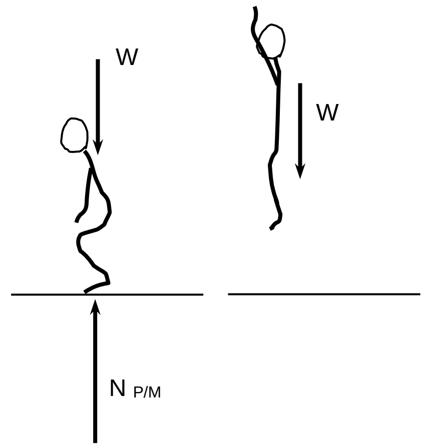
La descripción es simple y conocida: el muchacho, estando de pie, dobla sus piernas para tomar impulso y estira sus piernas con toda su fuerza con lo cual logra despegarse del piso. ¿Qué fuerza permite al muchacho saltar?		

La respuesta *superficial o aparente* plantea que la fuerza de las piernas es la que le permite saltar, si es más fuerte saltará más alto.

Pero si nos detenemos un momento a meditar en la pregunta nos damos cuenta que planteada de esa manera la pregunta es engañosa, pues presupone que es ***una*** la fuerza que causa el movimiento, lo cual, sabemos, es falso.

Una pregunta mejor y que nos induce al análisis es: ¿Qué fuerzas intervienen?

Tomemos como inicio del movimiento el momento en que, estando con las piernas encogidas, el muchacho se empieza a impulsar hacia arriba.
Las fuerzas externas que actúan sobre el muchacho son: hacia abajo, la atracción de la tierra W y hacia arriba la fuerza normal $N_{P/M}$ que el piso le aplica al muchacho. La fuerza de las piernas es interna y no interviene en el análisis.
Cuando la persona se despega del piso, la normal deja de actuar y la única que queda es el peso

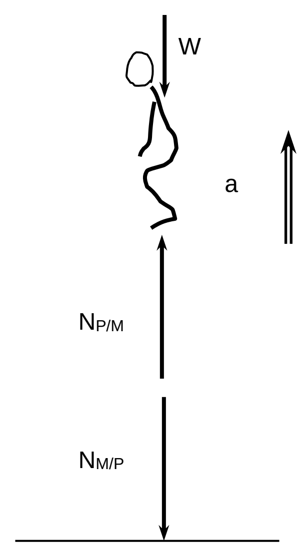


De entrada vemos que *la fuerza de las piernas ¡no actúa sobre el muchacho!* ¡*Lo que actúa sobre el muchacho es el piso!* Por extraño que parezca, cuando la fuerza normal del piso sobre el muchacho $N_{P/M}$ es mayor que el peso, se genera una fuerza resultante que lo acelera hacia arriba.
Entonces ¿por qué al tener las piernas más fuertes se puede brincar más alto?
Cuando las piernas se estiran para impulsar el cuerpo hacia arriba, ocurre una ***interacción*** entre las piernas y el piso. *Los pies del muchacho empujan al piso hacia abajo y el piso lo empuja hacia arriba,* ambas fuerzas son iguales opuestas simultáneas y aplicadas a cuerpos diferentes, (de acuerdo a la tercera ley) por lo que no se anulan. Esta interacción es perpendicular a las superficies, y por ello se llama normal N.

Cuando el muchacho se impulsa, ***la interacción normal crece a un valor mayor que el peso,*** por lo que al hacer la suma de fuerzas externas sobre *el cuerpo del muchacho,* hay una resultante hacia arriba y el muchacho se acelera en ese sentido.

$$+\uparrow \Sigma F_Y = N - W = ma$$

Si el muchacho tiene las piernas "muy" fuertes, por ejemplo si es un atleta, indudablemente que brincará más alto que otro del mismo peso que no ejercite sus piernas, pero lo que ocurre "con piernas más fuertes" es que *la interacción con el piso es de mayor magnitud*. Pero sigue siendo la fuerza del piso (y la atracción de la tierra) las fuerzas que impulsan al muchacho.
Esto se demuestra imaginando que no existiera piso, en ese caso sería imposible brincar, por más fuertes que fueran las piernas, no habría donde apoyarlas y el muchacho caería sin remedio.



Esto ocurre mientras los pies estén en contacto con el piso y el muchacho se impulse.

¿Podrías decir en qué punto se obtiene la máxima velocidad?

3.7 Ley de Newton de la Gravitación Universal.

Mediante esta ley, Newton pudo demostrar que la mecánica "terrestre" y la "Mecánica celeste" son una sola, revolucionando la comprensión del universo y explicando porque los planetas y los astros se mueven de la manera en que lo hacen. La ley de gravitación universal plantea que

Existe una fuerza de atracción gravitacional entre dos cuerpos cualesquiera que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa

Su expresión matemática es:

$$F_G = G\frac{m_1 m_2}{R^2} \tag{3.3}$$

Donde:

F_G es la fuerza de atracción gravitacional

m_1 y m_2 son las masas de los cuerpos

R es la distancia que separa a los cuerpos medida de centro a centro

G es la constante de gravitación universal con un valor de $6.673X10^{-11}$ $m^3/(kg\ s^2)$

Resulta ilustrativo calcular la fuerza de atracción gravitacional entre diferentes cuerpos

Ejemplo 3.3. Calcular la fuerza de atracción gravitacional entre dos personas, una de 60 kg y otra de 80 kg separadas 1 m de distancia:

Solución:

$$F_G = G\frac{m_1 m_2}{R^2} = 6.673x10^{-11}\frac{m^3}{kgs^2}\frac{(60kg)(80kg)}{(1m)^2} = 3.2x10^{-7}\frac{kgm}{s^2} = 3.2x10^{-7}N$$

Como se verá, la fuerza de atracción gravitacional entre cuerpos "a escala humana" es extraordinariamente pequeña. Solo cuando alguno de los cuerpos es "muy" grande, como un planeta, la fuerza gravitacional se percibe a escala humana.

Ejemplo 3.4. Calcular la fuerza de atracción gravitacional entre la tierra cuya masa es de *$5.97X\ 10^{24}$ kg* y un cuerpo de *100 kg* ubicado sobre la superficie terrestre.

Solución:

Teniendo en cuenta que la tierra no es una esfera perfecta, podemos hacer el cálculo con los siguientes datos:

Radio ecuatorial = 6.378×10^6 m

Radio polar = 6.357×10^6 m

Radio de una esfera de igual volumen que la tierra = 6.37×10^6 m

Con el radio ecuatorial:

$$F_G = G\frac{m_1 m_2}{R^2} = 6.673x10^{-11}\frac{m^3}{kgs^2}\frac{(5.97x10^{24}kg)(100kg)}{(6.378X10^6 m)^2} = 979.324\frac{kgm}{s^2} = 979.324N$$

Con el radio polar:

$$F_G = G\frac{m_1 m_2}{R^2} = 6.673x10^{-11}\frac{m^3}{kgs^2}\frac{(5.97x10^{24}kg)(100kg)}{(6.357X10^6 m)^2} = 985.805\frac{kgm}{s^2} = 985.805N$$

Con el radio de una esfera del mismo volumen que la tierra:

$$F_G = G\frac{m_1 m_2}{R^2} = 6.673x10^{-11}\frac{m^3}{kgs^2}\frac{(5.97x10^{24}kg)(100kg)}{(6.37X10^6 m)^2} = 981.78\frac{kgm}{s^2} = 981.78N$$

Nótese que la diferencia entre el radio ecuatorial y el radio polar es del orden de 21 km

Si hiciéramos muy a menudo cálculos como este resultaría conveniente realizar el producto de la masa terrestre y la constante G, dividido entre el radio terrestre al cuadrado, lo que da un resultado interesante:
Con el radio ecuatorial

$$G\frac{m_T}{R_T^2} = 6.673x10^{-11}\frac{m^3}{kgs^2}\frac{5.97x10^{24}kg}{(6.378X10^6 m)^2} = 9.79324\frac{m}{s^2} = g$$

Con el radio polar

$$G\frac{m_T}{R_T{}^2} = 6.673x10^{-11}\frac{m^3}{kgs^2}\frac{5.97x10^{24}kg}{(6.357X10^6 m)^2} = 9.85805\frac{m}{s^2} = g$$

Con el radio de una esfera de igual volumen

$$G\frac{m_T}{R_T{}^2} = 6.673x10^{-11}\frac{m^3}{kgs^2}\frac{5.97x10^{24}kg}{(6.37X10^6 m)^2} = 9.8178\frac{m}{s^2}\ g$$

Es decir, el producto $G\frac{m_T}{R_T{}^2} = g$ es la ***aceleración de la gravedad*** que sabemos es una cantidad casi constante, las pequeñas variaciones se deben a la variación del radio terrestre (por la latitud y la altitud). Como convención se considera que g = 9.81 m/s^2. En caso de que se requiera mayor precisión será conveniente utilizar la gravedad local.

3.8 El peso es una fuerza gravitacional

En este caso particular, cuando un cuerpo es la tierra y el otro está en su superficie, la ley de gravitación universal puede expresarse como:

$$F_G = G\frac{m_T m}{R_T{}^2} = mg = W \qquad (3.4)$$

Y a esta fuerza de atracción gravitacional también se le llama ***peso***. Es decir, el peso es la fuerza de atracción gravitacional que la tierra ejerce sobre los cuerpos que se encuentran en su superficie (o muy cerca de ella). Nótese que en la expresión anterior la ley de gravitación coincide con la segunda Ley de Newton.

Como el peso es una fuerza externa aplicada por otro cuerpo ***no es una propiedad de los cuerpos***, de manera que la expresión *"el peso del cuerpo"* solo es una mala costumbre en la forma de hablar y no debemos considerarla en su sentido literal.

Por otro lado (por el de la tercera ley de Newton), puesto que la tierra atrae a los cuerpos con una cierta fuerza llamada peso, los cuerpos atraen a la tierra con una fuerza igual y opuesta, el asunto es que la masa de la tierra es tan extraordinariamente grande comparada con los cuerpos que se encuentran en su superficie, que no se puede notar la aceleración que ésta fuerza le causa.

Cuando consideramos la fuerza de atracción gravitacional entre la Tierra y la Luna, normalmente decimos que la Tierra atrae a la Luna y que esa fuerza gravitacional mantiene a la Luna orbitando en torno a la Tierra, y todo ello es correcto; pero la Luna también ejerce una fuerza de atracción gravitacional (igual y opuesta) sobre la Tierra que se percibe en la “deformación” de las grandes masas de agua de los océanos y que se conocen como mareas.

Sistema inercial.

La segunda ley de Newton debe aplicarse en un sistema de referencia fijo (con v = 0) o que se mueva con velocidad constante (es decir a = 0). A un sistema de referencia que cumple con lo anterior, se le denomina ***sistema inercial o newtoniano***. Para la mayoría de los fines ingenieriles, es adecuando considerar un sistema de referencia fijo a la superficie terrestre como inercial.

3.9 Diagrama de Cuerpo Libre y Diagrama Cinético.

El Diagrama de cuerpo libre o DCL es un dibujo en el que aparece el cuerpo que se analiza, y en lugar de los otros cuerpos que actúan sobre él, aparecen las fuerzas que estos le aplican.

En la figura mostramos un bloque que está sobre un plano inclinado resbalando con velocidad creciente.

Al observarlo podríamos plantear la pregunta fundamental de la Cinética: ¿Por qué se mueve de esa manera? Para contestarla debemos formular otras a un nivel menos general.

a) ¿Qué cuerpos están interactuando con el bloque?

b) ¿Cómo son esas interacciones?

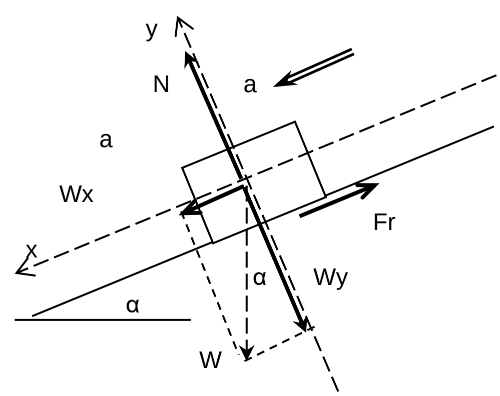
Los cuerpos que interactúan con el bloque son: el plano inclinado, la tierra y el aire que rodea al bloque; Cuando la velocidad no es muy alta, la resistencia del aire es muy pequeña, de manera que podemos no tomarla en cuenta. Así analizaremos únicamente las fuerzas que la tierra y el plano le aplican al bloque:

<table>
<tr>
<td>El plano aplica dos fuerzas, la normal (o perpendicular) N y la de fricción (en dirección tangencial) Fr.

W es la fuerza gravitacional con que la tierra atrae al bloque llamada peso (weight en ingles por ello se abrevia W).

La otra parte de las interacciones, las que el bloque aplica a la tierra y al plano, no se han dibujado.

Además se ha dibujado el vector aceleración con doble línea porque es otro tipo de vector.

El DCL, es la expresión gráfica de la sumatoria de fuerzas.</td>
<td></td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

Ya hemos mencionado que para entender un fenómeno debemos representarlo mentalmente; es decir, reconstruirlo en el mundo de las ideas. A este proceso le llamamos ***abstracción***.

El DCL es una representación gráfica, de un cuerpo y de las fuerzas que los otros cuerpos le aplican. Pero es una representación intermedia (en grado de abstracción) porque lo que queremos es representar al movimiento del cuerpo mediante ecuaciones (para así poder hacer predicciones) sin embargo, como las ecuaciones son una representación muy abstracta, es más difícil pasar directamente del fenómeno a su representación más abstracta (con ecuaciones) por ello, el paso intermedio (el DCL) es sumamente importante.

Es decir, el DCL es la representación gráfica de la 2ª Ley de Newton y a partir de ella planteamos la representación matemática. De manera que hay una relación directa entre un DCL bien elaborado y una ecuación bien planteada, ya que la segunda se basa en el primero.

El DCL, como expresión gráfica de la segunda ley de Newton, es una de las herramientas más importantes en el análisis físico de los cuerpos y es el paso más importante en la solución de los problemas de Dinámica, ya que implica el análisis y comprensión de la forma en que los cuerpos interactúan y de la forma en que se mueven; es decir de las leyes del movimiento y de las leyes de las fuerzas. Por ello debe elaborarse de manera cuidadosa.

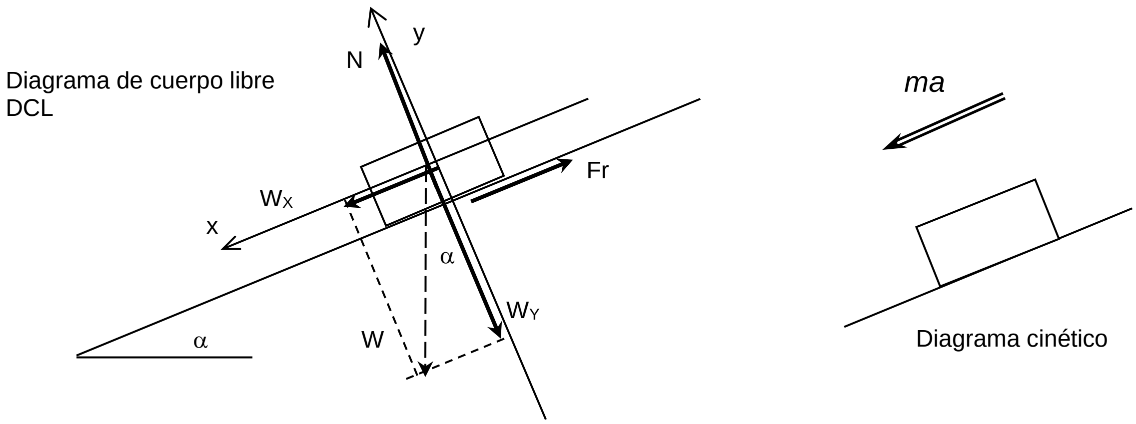
Se recomienda:

- Dibujos grandes y bien hechos; es decir, que los vectores que representan a las diferentes fuerzas se puedan observar fácilmente. Esto implica separarlos un poco de los ejes para que se puedan visualizar fácilmente, utilizar colores distintos para cada tipo de vector o calidades y tipos de línea diferentes. Por elemental que parezca esta recomendación, mi experiencia en la enseñanza de la materia demuestra que la mayoría de los errores que se cometen se originan en dibujos pequeños, confusos e incompletos.
- Todos los vectores deben tener **indicado su nombre con una letra**, si se analizan varios cuerpos deberá agregárseles un **subíndice** para especificar a qué cuerpo corresponde.

La elaboración del diagrama de cuerpo libre se puede guiar mediante las siguientes preguntas y recomendaciones:

- ¿Qué cuerpo es el que conviene analizar?
- ¿Qué cuerpos están interactuando con el que hemos escogido?
- ¿Cómo son cada una de las interacciones?
- En el momento de dibujar las fuerzas sobre el cuerpo aislado debemos preguntarnos (y contestarnos) ***¿Qué cuerpo aplica esta fuerza?*** Con ello evitaremos incluir fuerzas ficticias o inexistentes.
- A todas las fuerzas las debemos ***representar como un vector*** (La flecha es muy importante pues indica el sentido de aplicación de la fuerza) ***e identificarla con su nombre*** mediante una letra y subíndices cuando existan varias fuerzas de ese tipo.

El DCL constituye la representación gráfica del primer término de la ecuación $\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}$, el segundo término lo representamos por otro diagrama en el que aparece el cuerpo y el vector ***ma***, a este dibujo le llamamos ***Diagrama Cinético***



Al vector ***ma*** se le llama ***vector inercia***, y tiene la misma orientación que Σ**F.** En muchos casos, por las condiciones específicas del problema, podemos conocer la dirección y hasta el sentido de ***ma***, de ser así debemos expresarlo en la ecuación con el signo correspondiente.

Es necesario que ***especifiquemos claramente el sistema de referencia***. A partir del cual quedarán definidos los sentidos positivos: todos los vectores que coincidan con ellos serán positivos y negativos en caso contrario. Siempre que sea posible es preferible considerar como positivo el sentido del movimiento.
En muchas ocasiones no se dibuja el diagrama cinético y solo se agrega el vector aceleración al diagrama de cuerpo libre, utilizando otro tipo de línea o color y separándolo del cuerpo

3.10 Ecuaciones Escalares de la 2da. Ley de Newton en coordenadas rectangulares.

Al aplicar la segunda ley de Newton en la solución de problemas, es conveniente expresarla mediante ecuaciones escalares a lo largo de los ejes.

Expresemos la ecuación $\boldsymbol{\Sigma F = ma}$ en función de sus componentes rectangulares

$$\boldsymbol{\Sigma F_X + \Sigma F_Y + \Sigma F_Z = m(a_X + a_Y + a_Z)} \qquad (3.5)$$

O bien

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Sigma F_X} &= \boldsymbol{ma_X} \\ \boldsymbol{\Sigma F_Y} &= \boldsymbol{ma_Y} \qquad (3.6) \\ \boldsymbol{\Sigma F_Z} &= \boldsymbol{ma_Z} \end{aligned}$$

De manera que en términos escalares también se cumplen

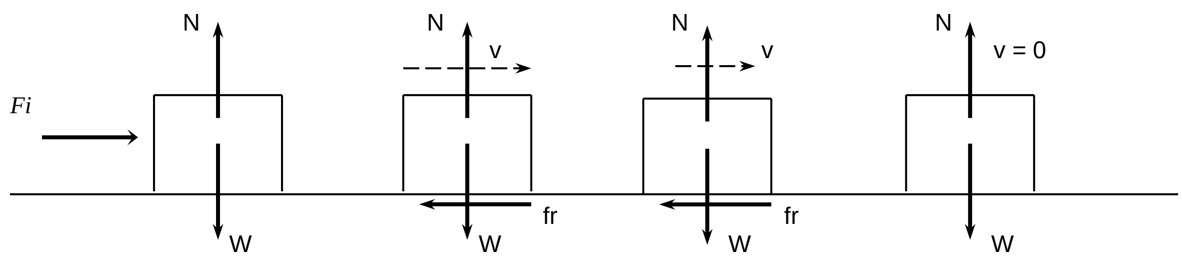
$$\begin{aligned} \Sigma F_X &= ma_X \\ \Sigma F_Y &= ma_Y \qquad (3.7) \\ \Sigma F_Z &= ma_Z \end{aligned}$$

Procedimiento de solución:
El procedimiento de solución de los problemas de cinética aplicando la segunda ley de Newton es muy sencillo:

1. ***Establecer el sistema de referencia,*** *especificando claramente el origen y el sentido positivo de los ejes.*
2. ***Elaborar el diagrama de cuerpo libre*** *(guiándonos por las peguntas clave)*
3. ***Aplicar la segunda ley de Newton*** *en forma escalar a lo largo de los ejes cuando el problema es de una o dos dimensiones, o en su forma vectorial cuando ocurre en tres dimensiones:* $\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}$.
4. *En muchos casos se necesita conocer la velocidad, el desplazamiento o la posición y/o el tiempo, por lo que se aplicarán los métodos cinemáticos ya estudiados después de haber determinado la aceleración a partir de la Segunda Ley.*

3.11 Fuerza de fricción.

Es conocido el hecho de que cuando se desliza un cuerpo sobre una superficie mediante un "impulso inicial" el cuerpo va perdiendo velocidad a lo largo de su recorrido hasta que se detiene. El bloque pierde velocidad, o se desacelera (o frena), debido a una fuerza que la superficie aplica al cuerpo. Esta fuerza se denomina de ***rozamiento o fricción***.



El impulso o fuerza inicial Fi pone al bloque en movimiento. La fricción frena al cuerpo durante su recorrido, por lo cual la velocidad va disminuyendo hasta llega a cero. En ese instante, la fricción deja de manifestarse, o sea, ¡desaparece! ***¡La fricción es una fuerza variable!***

En el eje vertical la "reacción" perpendicular o normal N del plano, anula al peso W.
¿Qué pasaría si al detenerse el cuerpo la fricción continuara actuando?

La **fricción** es una fuerza tangencial a las superficies en contacto. Se presenta en dos tipos:

- La ***fricción estática*** es la que se genera entre dos superficies que tienden a deslizarse sin llegar a hacerlo.
- La ***fricción cinética*** es la que se presenta entre dos superficies que se deslizan una sobre otra.

La forma de calcular la fricción depende del tipo que se trate:

La fuerza de fricción estática es variable Fs, varía de cero a un valor máximo.

$$0 \le F_S \le F_{SMAX} \qquad (3.8)$$

Cuando la fricción estática es máxima se puede calcular por la expresión:

$$F_{SMAX} = \mu_S N \qquad (3.9)$$

Esto ocurre cuando los cuerpos están a punto de deslizarse uno sobre otro. Si la fricción estática no alcanza su valor máximo, **no debe aplicarse la expresión anterior,** y **la Magnitud de la fuerza de rozamiento estática debe determinarse por la suma de fuerzas en la dirección tangencial a las superficies.**

La fuerza de fricción cinética F_K varía un poco con la velocidad pero puede considerarse constante y se determina mediante la expresión:

$$F_K = \mu_K N \qquad (3.10)$$

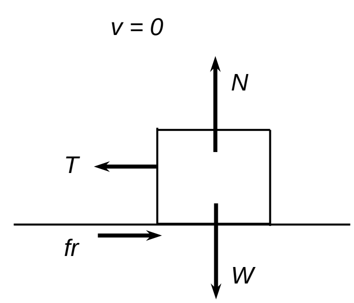
En las ecuaciones anteriores N es la fuerza normal o perpendicular que existe entre las dos superficies, y tanto μ_S como μ_K son los coeficientes de fricción o de rozamiento estático y cinético, respectivamente. Estos coeficientes se determinan experimentalmente para cada par de materiales y comprenden muchos aspectos, como es el material, la rugosidad o acabado de las superficies, la existencia de polvo, impurezas, oxido, grasas, etc. también varía con la temperatura, con la humedad y con algunos otros factores, por lo mismo es sorprendente que la expresión de la fuerza de rozamiento sea tan sencilla.

Para dejar en claro que la ***fricción estática es una fuerza variable*** consideremos el experimento que consiste en jalar un bloque con una fuerza T que aumenta poco a poco empezando en un valor muy pequeño y que crece hasta lograr que el bloque se mueva. Veamos cómo se comporta la fricción:

1.- En la figura se muestra un bloque colocado sobre un plano horizontal al que se le está aplicando una fuerza T que tiende a jalarlo hacia la izquierda. Como la magnitud de T es pequeña, la superficie horizontal le aplica al bloque una fuerza de fricción igual a T pero de sentido contrario de manera que las fuerzas se anulan y el cuerpo no se acelera. Como estaba en reposo se mantiene con velocidad cero. Por lo anterior fr también se llama fs (la "s" es abreviatura de statics)

$$+\leftarrow \ \Sigma F_X = T - fs = 0$$

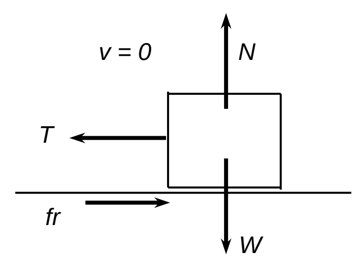
T = fs



2.- Aquí la magnitud de T ha crecido.
En forma simultánea y en la misma cuantía también ha crecido la magnitud de fs, anulándose nuevamente entre sí y manteniendo el cuerpo en reposo. Esto puede continuar ocurriendo hasta que se alcanza un valor máximo para la fuerza de fricción estática

$$+\leftarrow \ \Sigma F_X = T - fs = 0$$

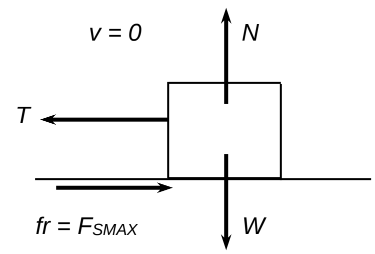
$T = fs$ *T = fs*



3.- Aquí vemos que ambas fuerzas han aumentado hasta llegar al valor máximo de la fricción estática. El cuerpo se mantiene en reposo pero el movimiento es inminente, y puede ocurrir con cualquier vibración. El cuerpo está a punto de moverse.
Esta es la fuerza de rozamiento estática que podemos determinar mediante la ecuación:

$$F_{SMAX} = \mu_S N$$

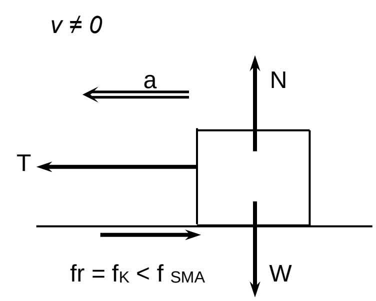
Donde μ_s es el coeficiente de fricción estática. Determinado experimentalmente para cada par de materiales, y N es la fuerza perpendicular o normal entre las superficies.



4.- La fuerza T ha crecido un poco más, o ha ocurrido una vibración, y el cuerpo ha empezado a deslizarse; pero al hacerlo la fricción ha pasado de estática a cinética, denotada por f_K la cual tiene un valor menor que la fuerza de rozamiento estática máxima, por estos motivos existe una resultante y por lo tanto el cuerpo se acelera en dirección de ella.

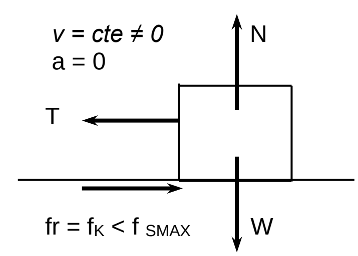
$$Fr = f_K = \mu_K N < f_{SMAX},$$

Por lo tanto T > Fr y el cuerpo se acelera.



5.- Aquí vemos que después de haber logrado el movimiento, la fuerza T se ha reducido hasta igualar el valor de f_K de manera que la resultante vuelve a ser cero, junto con la aceleración y entonces la velocidad se transforma en constante.

Aunque la fuerza de fricción cinética presenta ligeras variaciones con la velocidad, aquí la consideraremos constante.

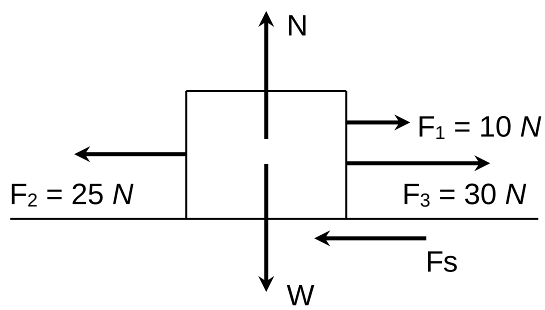


De manera que en los casos donde intervenga la fuerza de fricción estática, *debe meditarse si la que se presenta es la fuerza de* ***fricción estática máxima***, que se determina por la ec.

$$F_{SMAX} = \mu_S N \qquad (3.9)$$

O se trata de un valor menor, el cual se puede determinar por **sumatoria de fuerzas** en el eje en cuestión (como en los casos 1 y 2 de la tabla anterior).

Ejemplo 3.5. Supongamos que la fuerza estática máxima entre el bloque mostrado y el piso es de 20 N, si el bloque está sujeto a las fuerzas $F_1 = 10$ *N,* $F_2 = 25$ *N y* $F_3 = 30$ *N,* como se muestra en la figura, calcular la fuerza de fricción estática.

 ***Solución:*** Implícitamente nos están diciendo que el bloque se encuentra en reposo (de lo contrario no se presentaría la fricción estática) entonces: Si aplicamos la suma de fuerzas $\rightarrow + \Sigma F = F_1 + F_3 - F_2 - Fs = 0$ Y sustituimos valores $10 + 30 - 25 - 20 = 0$ ……………………-5 = 0 … ¡¿?!		¿Qué ocurre? a) El cuerpo se acelera hacia la izquierda b) El valor dado de la fuerza de rozamiento estática máxima es erróneo c) Otro En el ejemplo la *fuerza de rozamiento estática* ***máxima*** es de 20 *N* sin embargo la fuerza de rozamiento estático ***puede*** *tomar un valor cualquiera entre cero y ese valor máximo*. Si la dejamos Fs como incógnita: $\rightarrow + \Sigma F = F_1 + F_3 - F_2 - Fs = 0$ $10 + 30 - 25 - Fs = 0$ o sea que $F_S = 15$ *N* $< F_{S\,MAX}$ Es decir, en este caso, la fuerza de rozamiento estática no alcanza su valor máximo y solo proporciona la diferencia necesaria para mantener al cuerpo en reposo.

Solo cuando el movimiento es inminente; es decir, solo cuando los cuerpos están a punto de deslizarse uno sobre otro, es que se desarrolla entre las dos superficies la fuerza de fricción estática máxima.

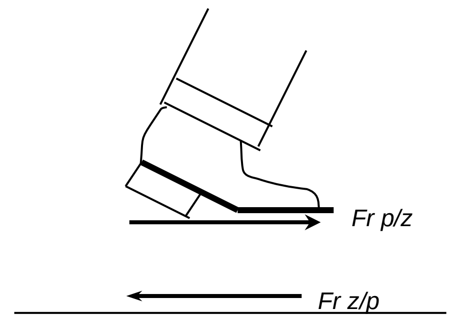
El sentido de la fricción.

Otra cuestión interesante con relación a la fricción es ***su sentido***. *En muchas ocasiones se dice erróneamente que la fricción apunta en sentido contrario al movimiento*. Pero esto solo es cierto en casos como los del bloque del ejemplo anterior. Consideremos ahora otros casos:

¿Hacia dónde se dirige la fricción del piso sobre la suela de nuestros zapatos cuando caminamos? ¿Qué pasaría si encontráramos la manera de desaparecer esta fricción? ¿Podríamos caminar?

Aunque no podemos eliminar completamente la fricción si podemos reducirla por ejemplo con algún aceite lubricante o con jabonadura.
¿Cómo caminamos en un suelo jabonoso?
¿Cómo podemos caminar en el hielo?
¿Por qué los atletas que deben arrancar rápidamente impulsándose con sus piernas usan calzado con clavos o suelas con relieves antiderrapantes?
¡Claro!, para aumentar la fricción.

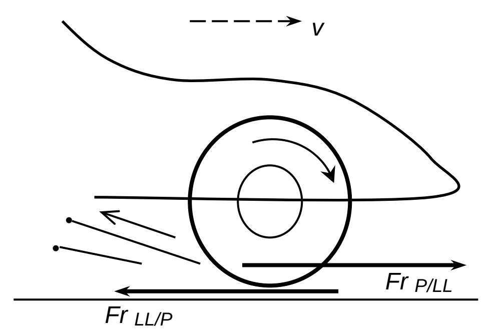
En la figura se muestra la fricción que el piso le aplica al zapato $Fr_{P/Z}$ ***va en el sentido del movimiento*** de la persona. Esta fricción es la que permite que la persona se impulse hacia adelante, cuando ésta fuerza es pequeña como en un piso liso o resbaloso, el impulso es mucho menor, aunque las piernas de la persona sean muy fuertes. Si la fricción fuera cero no se podría caminar.



La fuerza del zapato sobre el piso *Fr z/p* va hacia atrás, como podemos comprobar al dar un paso en una lancha para alcanzar el muelle. La lancha es empujada por la fricción de nuestro pie hacia atrás, y podemos caer al agua si no se detiene la lancha de alguna manera (con una cuerda por ejemplo).

Algo semejante ocurre con la llanta de un auto, la fricción del pavimento sobre la llanta Fr $_{P/LL}$ ***va hacia adelante, en el sentido del movimiento*** y es la que permite que el auto avance, si el pavimento es muy liso (como podría ser un camino congelado o un piso con un derrame de aceite), la llanta "patina" y el auto no avanza.

La fricción de la llanta sobre el pavimento $Fr_{LL/P}$ va hacia atrás, de manera que si el pavimento tiene arena suelta, esta saldrá expelida hacia atrás.



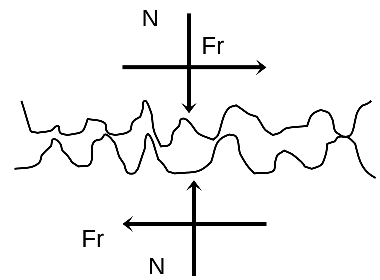
Como se observa en ambos casos la fricción no se "opone al movimiento" **sino al deslizamiento relativo de las superficies;** es decir, **la fricción se opone a que las superficies resbalen una sobre otra.** Ese es el verdadero sentido de la fricción.

La fricción a escala microscópica

El comportamiento de la fuerza de fricción lo entendemos mejor si observamos con un microscopio las superficies en contacto. Aunque a simple vista puedan parecer lisas en el microscopio las veremos llenas de protuberancias y depresiones.

De manera que solo entran en “contacto” un área mucho menor que la superficie aparente a nivel macro.

Si se aumenta la fuerza normal a las superficies, es claro que aumentarán los puntos en contacto y la trabazón entre las protuberancias, con lo cual aumentará la fricción.



Cuando una fuerza tiende a provocar el deslizamiento entre las superficies, las cúspides en contacto presentan deformaciones elásticas mientras la trabazón no se rompe, esto ocurre en el rango correspondiente a la fuerza de fricción estática.
Una vez que se rompen esas “micro ligaduras” inicia el movimiento, disminuyendo la trabazón entre las pequeñas protuberancias. *Este es el motivo por el cual la fuerza de rozamiento cinética es menor que la fuerza de fricción estática máxima*.

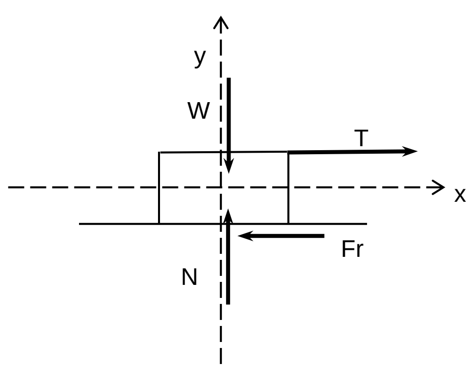
Por cierto, una vez en movimiento podemos imaginar una gran cantidad de choques entre las cúspides de las protuberancias y la fractura de muchas de ellas. A nivel macro las cúspides fracturadas se perciben como polvo. Este es el motivo del desgaste de las superficies cuando se frotan continuamente.

3.12 Fuerza Normal.

Ya habíamos mencionado que la fuerza normal es la fuerza perpendicular que existe entre dos superficies. Podríamos agregar que es una fuerza de compresión, es la fuerza asociada a la presión que existe entre las dos superficies. (La presión se define como fuerza aplicada en una superficie entre el área de dicha superficie). Otra característica interesante es que la Normal es una fuerza variable que depende de las otras fuerzas que estén actuando en la misma dirección (la perpendicular a las superficies) de manera que el término “reacción” aquí sí podría aplicarse correctamente.

La magnitud de la fuerza normal se encuentra mediante la suma de fuerzas en esa dirección como se explica en los siguientes ejemplos.

1)



1) Un cuerpo colocado sobre un plano horizontal. En el eje y no hay aceleración, por lo tanto

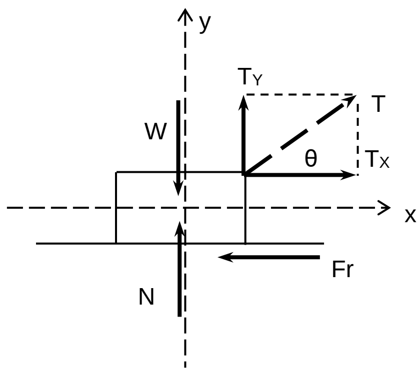
$$+\uparrow \sum F_Y = N - W = 0$$

entonces:

$$N = W$$

En X puede o no haber aceleración dependiendo del valor de las fuerzas.

2)



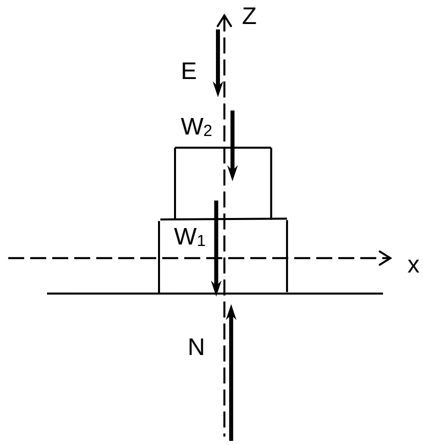
2) Un cuerpo en un plano horizontal con una fuerza inclinada. En el eje y no hay aceleración, por lo tanto

$$+\uparrow \sum F_Y = N + T_Y - W = 0$$

entonces:

$$N = W - T_Y$$

3)



Nótese que las fuerzas están un poco desplazadas del eje esto es por claridad del dibujo, aunque sabemos que son colineales

3) Un cuerpo en un plano horizontal con otro cuerpo encima y una fuerza de empuje vertical.

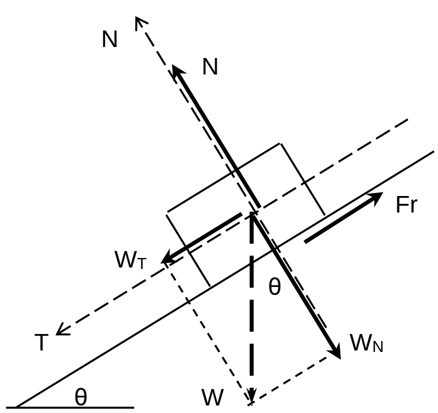
En el eje vertical Z no hay aceleración, por lo tanto

$$+\uparrow \sum F_Z = N - W_1 - W_2 - E = 0$$

entonces:

$$N = W_1 + W_2 + E = 0$$

4)



4) Un bloque sobre un plano inclinado.

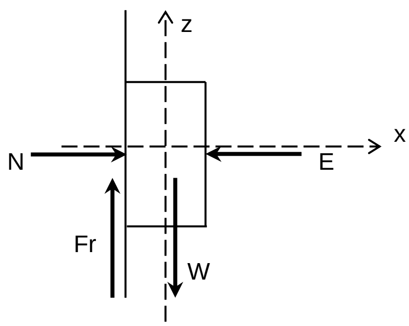
Ahora escogemos ejes inclinados de manera que el eje T sea paralelo o tangencial al plano inclinado y el N perpendicular.
Como en el eje normal no hay aceleración:

$$\nwarrow + \sum F_N = N - W_N = 0$$

entonces:

$$N = W_N = W\cos\theta$$

5)



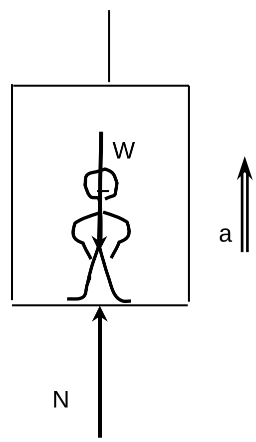
5) Un bloque sostenido contra la pared por un empuje E. Escogemos ejes vertical Z y horizontal X.

$$+\rightarrow \sum F_X = N - E = 0$$
$$N = E$$

El bloque no se cae porque la fricción anula al peso, pero la fricción depende de la normal que a su vez depende del empuje.

$$+\uparrow \sum F_Z = Fr - W = 0$$

6)



6) Una persona dentro de un elevador que se acelera hacia arriba. Sobre la persona solo están actuando dos cuerpos: la tierra que aplica la fuerza W y el piso del ascensor que aplica la fuerza N.

$$+\uparrow \sum F_Z = N - W = ma$$

de manera que $N = W + ma$

La normal es mayor que el peso, por lo cual la persona es acelerada hacia arriba. Para encontrar el valor de N se requiere, evidentemente, conocer la aceleración.

A partir de los ejemplos anteriores podemos generalizar, afirmando que La normal se calcula a partir de la suma de fuerzas en la dirección correspondiente.
Otra característica que se debe tomar en cuenta es **la capacidad de ser variable** cuando las magnitudes de las demás fuerzas lo son o cuando la aceleración lo es.
En el ejemplo 2, la normal **N** variará si lo hace **T** o θ.
En los ejemplos 3 y 5 la normal puede cambiar si el empuje es variable, en ambos casos es claro que las superficies en cuestión, tienen la capacidad de “reaccionar” ante las variaciones del empuje. En este caso el término *“reacción”* o *“fuerza reactiva*” utilizado para designar a la normal resulta apropiado, pero debemos observar que N y E no forman una de las llamadas parejas “acción” “reacción” referidas en el enunciado tradicional de la tercera ley.
En el caso 5, E y N son iguales, opuestas y simultáneas, pero aplicadas sobre el mismo cuerpo, y aquí si se anulan. En el caso 3, N no es igual a E, pero si puede “responder” a variaciones del empuje.
En el caso 6, la normal varía si la aceleración es variable, o si cambia de sentido.
¿Cómo es la normal cuando el ascensor baja de manera acelerada?
¿Y si baja con velocidad constante?

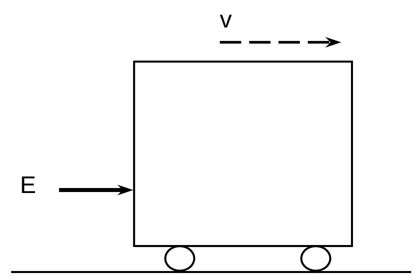
Si el cable del ascensor se rompiera, ¿cuánto valdría la normal?

3.13 La Inercia.

Como habíamos mencionado la inercia es la tendencia natural de los cuerpos a mantener su velocidad constante; también se puede entender como la resistencia que presentan los cuerpos a ser acelerados debido a su masa. De hecho la masa es una medida de la inercia, y la inercia depende de la masa.

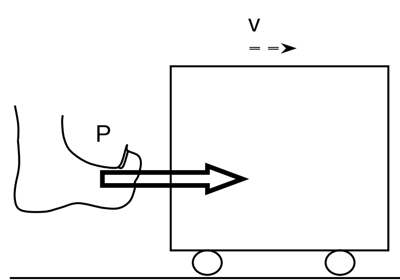
La inercia no es una fuerza en el sentido newtoniano porque no existe un cuerpo que la aplique*,* no es una “acción” sobre el cuerpo, ni una interacción de éste con otro. Es una propiedad intrínseca del cuerpo. El experimento mencionado en el apartado de “masa” ilustra el concepto de inercia.

Otro ejemplo podemos tenerlo al considerar un bloque con mucha inercia (masa) colocado sobre un piso carente de fricción o sobre una plataforma con ruedas En estas condiciones al aplicar una fuerza de empuje E, por pequeña que sea, es suficiente para iniciar el movimiento, es decir acelerar al cuerpo; aunque si la fuerza es pequeña, la aceleración también lo será. No obstante si esta fuerza actúa durante un lapso de tiempo considerable, la velocidad crecerá hasta valores altos.



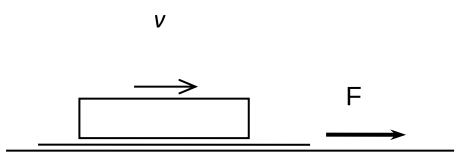
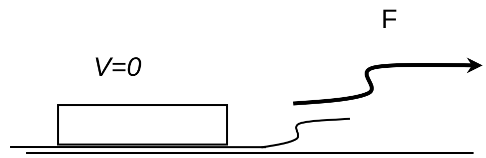
Una fuerza pequeña aplicada por un tiempo prolongado puede producir una velocidad grande.

Sin embargo si queremos acelerar al cuerpo de manera brusca, por ejemplo dándole un puntapié, P, nos percataremos de manera dolorosa que el bloque presenta una resistencia a acelerarse, aunque no haya fricción (o esta sea muy pequeña). En efecto, no existe una fuerza horizontal aplicada sobre el bloque que se oponga al empuje repentino del pie; sin embargo el bloque se acelera muy poco y nuestro pie puede salir muy lastimado. Es la inercia propia del bloque la que se opone a un cambio de velocidad tan repentino, es decir a una aceleración tan grande.



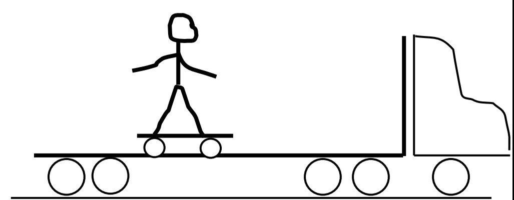
La velocidad del bloque es muy pequeña aunque la patada sea fuerte. La inercia (masa) se opone a cambiar la velocidad

Otro experimento interesante es jalar una hoja de papel que esté encima de una mesa y con un libro arriba de ella.

 Cuando la fuerza que se le aplica a la hoja es pequeña, el libro se mueve junto con la hoja.		 Si la fuerza que se aplica a la hoja es muy grande y sobre todo si se aplica bruscamente, la hoja se desliza entre la mesa y el libro, sin que éste se mueva.

¿Podrías explicar que es lo que ocurre?; es decir, ¿Qué fuerzas actúan y de qué forma lo hacen de manera que primero el libro se mueve junto con la hoja y luego no se mueve?

Otro ejemplo que todos hemos experimentado es el efecto de “irnos hacia delante”, cuando al viajar en un vehículo, éste se frena bruscamente.

Exageremos la situación con un camión de plataforma y un muchacho parado sobre la misma. Para eliminar la fricción, colocaremos al muchacho sobre una patineta y ésta sobre la plataforma. (Ver figura). En estas condiciones el camión no tiene posibilidad de transmitirle ninguna fuerza horizontal al muchacho.		

Si el camión está originalmente en reposo con el muchacho en las condiciones indicadas y arranca, el muchacho se quedará en su lugar (con velocidad cero) mientras el camión se mueve hacia delante. El motivo: la inercia del muchacho (la tendencia a mantener su velocidad constante.) y la ausencia de fuerzas que lo aceleren de la misma manera que lo hace el camión.
Supongamos ahora que el camión y el muchacho ya se están moviendo con velocidad constante y de pronto el camión se frena. ¿Qué ocurrirá? Lo sabemos, el muchacho continuará moviéndose con la velocidad que tenía hasta que choque con la parte delantera de la plataforma. Pero ¿cómo se explica? ***No es que haya una fuerza que empuje al muchacho en dirección del movimiento, lo que ocurre es que no hay alguna fuerza que frene al muchacho*** con una aceleración igual (o cercana) a la del camión, por eso, por la ausencia de fuerzas es que la velocidad se mantiene constante. Esto es lo que plantea la primera ley de Newton[9], por lo que se conoce como ley de la inercia.

De acuerdo a lo anterior la expresión *“fuerza de inercia”* es errónea, ***la inercia no es una fuerza porque no existe un cuerpo que la aplique,*** es decir no cumple con el concepto de fuerza que se desprende de la tercera ley.

[9] Se sugiere releer el enunciado de la primera ley del movimiento.

Sin embargo algunos autores antiguos acostumbraban despejar al vector ***ma*** en la expresión de la segunda ley y a eso le llamaban “fuerza de inercia” o “vector inercia”

$$F_1 + F_2 + \cdots + F_N - ma = 0$$

A esta manera de aplicar la segunda ley le llamaban *“equilibrio dinámico”*. En este caso se puede considerar a la “fuerza de inercia” como una ***fuerza ficticia***, que no existe pero que se puede considerar como tal en la anterior suma. Con ello se logra dar un tratamiento “estático” a los problemas dinámicos.

Desde nuestro punto de vista esto es un contrasentido. El “método” no contribuye a comprender mejor las leyes del movimiento, distorsiona los hechos para ajustarlos a un esquema teórico, en vez de desarrollar una teoría para que describa a los fenómenos adecuadamente. La realidad es dinámica por naturaleza y un esquema “estático” no contribuye a su comprensión ni al desarrollo de un pensamiento que pueda representarla, y por tanto comprenderla. Por lo anterior no usaremos este *“método”* en nuestro curso.

Ejemplo 3.6. Una mujer de 58 Kg está parada sobre una báscula que se encuentra dentro de un ascensor, cuál será la lectura de la báscula si:

a) el ascensor sube con velocidad constante de 0.7 m/s
b) el ascensor baja a con velocidad constante de 0.7 m/s
c) El ascensor sube con una aceleración constante de 0.5 m/s^2
d) El ascensor baja con una aceleración constante de 0.5 m/s^2

Solución:

Escogemos el sistema de referencia mostrado.

a) Sea L_B lectura de la báscula la fuerza perpendicular (normal) que la báscula le aplica a la persona. Aplicando la 2ª Ley ***ΣF = ma***

$+\uparrow\ \Sigma F_Y = L_B - W = m\,a$ …………………(1)

Como la velocidad es constante a = 0

Por lo tanto $L_B = W$

b) ocurre lo mismo que en a)

c) Como el ascensor sube de manera acelerada, el empuje de la báscula L_B deberá ser mayor que el peso

$W = mg = 58\,(9.81) = 568.98\ N$

Nótese que solo calculamos la magnitud del peso, por lo que no consideramos en signo de la gravedad.

$+\uparrow\ \Sigma F_Y = L_B - W = m\,a$

$L_B - 568.98 = 58(+0.5)$ …………………(2)

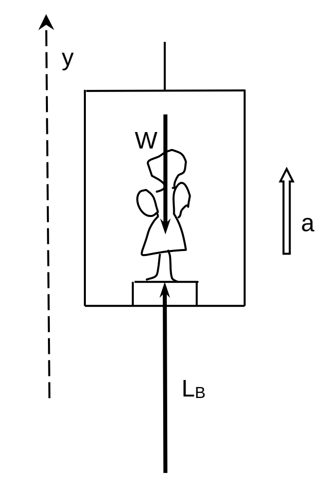
Nótese que aquí ya consideramos el sentido del peso y de la aceleración

$L_B = 29 + 568.98$

$L_B = 597.98\ \ N$

En efecto $L_B > W$ Por eso es que se acelera hacia arriba.

Otra manera de entender esto es que la fuerza que la báscula le aplica a la persona L_B, se “utiliza” o “se consume” en dos partes, la primera se usa para anular al peso, y la parte restante se utiliza para acelerar la masa de la persona.



Si $L_B > W$

La aceleración va hacia arriba.

Si $L_B < W$

La aceleración va hacia abajo

d) Si la aceleración es hacia abajo: a = *– 0.5 m/s²*

$+\uparrow \Sigma F_Y = L_B - W = m\,a$

$L_B - 568.98 = 58(-0.5)$ ……………….(3)

Nótese que también aquí consideramos el sentido del peso y de la aceleración

$L_B = -29 + 568.98$

$L_B = 539.98\ \ N$

En efecto $L_B < W$ Por eso es que se acelera hacia abajo

Dicho de otra manera, se utiliza una parte del peso en anular a la fuerza de la báscula, y otra para acelerar al cuerpo.

Nótese que cuando conocemos el sentido de la aceleración lo consideramos en la ecuación de la 2ª Ley

Ejemplo 3.7. Un bloque de 10 kg se encuentra en un plano horizontal rugoso con $\mu_S = 0.3$ y $\mu_K = 0.2$. Calcular la fuerza de fricción y la aceleración cuando T vale: a) 15 N; b) 35 N

Solución:

Asignamos el sistema de referencia mostrado.

En este caso particular

$+\uparrow \Sigma F_Y = N - W = 0$

$N = W = mg = 10\,(9.81) = 98.1\ N$

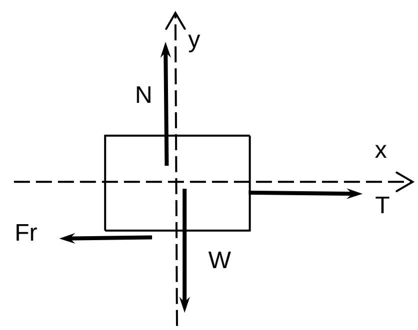
La fuerza de fricción estática máxima vale:

Fs max = μ_S N = 0.3 (98.1) =29.43 N

a) Si T = 15 N, la tensión no alcanza vencer a la fricción estática y por lo tanto el bloque no se acelera (ni se mueve). Entonces la fricción se calcula por suma de fuerzas

$+\rightarrow \Sigma F_X = T - Fr = 0$

$Fr = T = 15\ N < Fs\ max.$



Nótese que dibujamos las fuerzas un poco separadas de los ejes para mayor claridad, aunque sabemos que son colineales a cada eje.

b) Cuando la tensión vale 35 N, claramente es mayor que el rozamiento, tanto estático como cinético, por lo tanto el cuerpo se moverá de manera acelerada y la fricción que se presente será la cinética:

$Fr = F_K = \mu_K\, N = 0.2\,(98.1) = 19.62\ N$

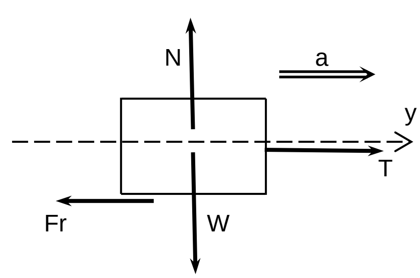
$+\rightarrow \Sigma F_X = T - Fr = m\,a$

$35 - 19.62 = 10\,a$

$a = 1.538\ m/s/s$

El signo positivo de la aceleración indica que se acelera en dirección positiva, lo cual concuerda con los hechos y con el sistema de referencia.

Nótese que el signo de la aceleración surge de la ecuación, cuando las fuerzas tienen su signo correcto



Si en el primer inciso suponemos erróneamente que la fuerza de rozamiento que actúa es la estática máxima Fsmax = 29.43 N, al aplicar la segunda ley nos daríamos cuenta del absurdo, ya que tendríamos:

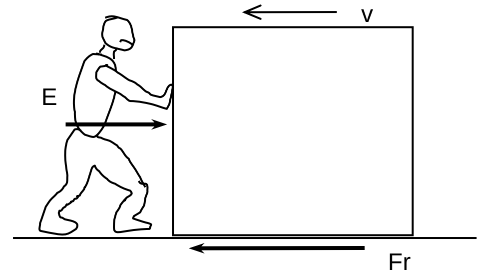
$$\rightarrow + \Sigma F_X = T - Fr = m\,a$$
$$15 - 29.43 = 10\,a$$
$$a = -1.44 \text{ m/s/s}$$

Es decir una aceleración negativa, (en el sentido de la fricción) que en este caso es imposible, ya que significa que la fuerza de fricción aceleraría al cuerpo, lo cual nunca ocurre.

Expliquémoslo de otra forma, si tú empujas un mueble pesado, con una fuerza que no alcanza a moverlo hacia adelante, porque es anulada por la fuerza de fricción, ***nunca ocurre que el mueble se mueva en dirección contraria al empuje;*** aunque la fuerza de fricción estática ***pueda*** ser mayor que la aplicada por ti.
Esto se debe a que la fuerza de rozamiento estática ***es variable*** y su valor iguala al del empuje. Solo hasta que el cuerpo está a punto de moverse, la fricción toma el valor máximo dado por la ecuación

$$F_{SMAX} = \mu_S N$$

Si empujas un mueble hacia adelante con una fuerza pequeña E, ¿el mueble se puede mover hacia atrás porque la fricción sea más grande que E?



¿La fricción "te gana"? …
¡No!
¡Esto nunca ocurre!

Ejemplo 3.8. Al chocar, un auto pasa de 80 Km/hr a 0 en un tiempo de 0.5 (S), si un bebé de 8 Kg viaja en él, con qué fuerza debe ser sujetado para que frene al igual que el auto.

Solución: $v_1 = 80\dfrac{km}{hr} = 22.22\dfrac{m}{s}$

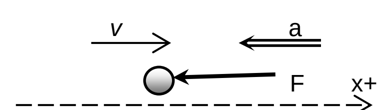
$$v_2 = v_1 + at$$

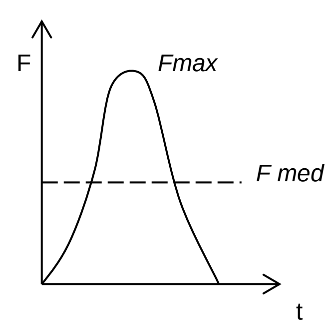
$$a = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{0 - 22.22}{0.5} = -44.44\frac{m}{s^2}$$

$$\rightarrow + \sum F = F = ma = 8(-44.44) = -355.56N$$

En el MKS Tec. $F = -36.24kg$ Esta sería la fuerza promedio durante el medio segundo del choque; pero las fuerzas de impacto varían muy rápidamente como se muestra en la gráfica. De manera que podemos estimar que la fuerza máxima fácilmente puede ser el doble de la fuerza promedio; es decir, Fmax ≈ 72Kg(f) lo que demuestra lo peligroso que es viajar con un bebé en los brazos, ya que no es posible sujetarlo en caso de accidente.
Por ello es obligatorio el uso de sillas especiales para niños pequeños.

Por facilidad de dibujo, representaremos al bebé como una partícula





Ejemplo 3.9. Cuando F=100N, el bloque mostrado de 30 kg está a punto de moverse. Encontrar:

A) El coeficiente de fricción estático μ_S

B) La aceleración, si una vez puesta en movimiento $\mu_K = 0.8\mu_S$

Solución:

Primero asignamos un Sist. de referencia y elaboramos el Diagrama de Cuerpo Libre.

$$w = mg = 30kg\left(9.81\frac{m}{s^2}\right) = 294.3N$$

$$F_X = F\cos\phi = F\cos 35° = 81.91N$$

$$F_Y = Fsen\phi = Fsen35° = 57.36N$$

A) Cuando el bloque está a punto de moverse

$$+\rightarrow\sum F_X = F_X - Fs\,max = 0 \qquad (1)$$

$$Fs\,max = F_X = 81.91N$$

Por otro lado

$$Fs\,max = \mu_S N$$

$$\mu_S = \frac{Fs\,max}{N} \qquad (2)$$

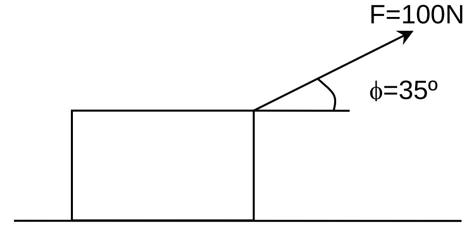
$$+\uparrow\sum F_Y = N - w + F_Y = 0 \quad ......(3)$$

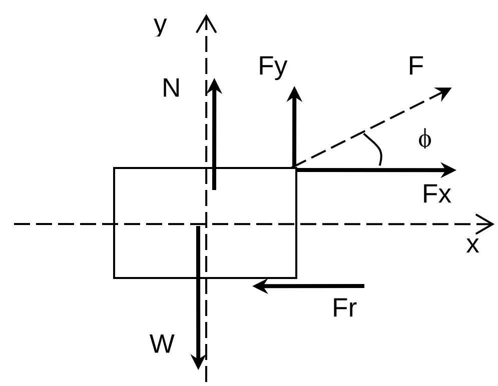
$$N = w - F_Y$$

$$N = 294.3 - 57.36 = 236.94N$$

Sust. En (2)

$$\mu_S = \frac{81.91}{236.94} = 0.346$$





B) Una vez que se ha puesto en movimiento

$$\mu_K = 0.8\mu_S = 0.8(0.346) = 0.276$$

Pero la normal sigue valiendo lo mismo ya que F no ha cambiado; entonces:

$$F_K = \mu_K N = 0.276(364.94) = 65.395\ N$$

$$+\rightarrow\sum F_X = F_X - F_K = ma$$

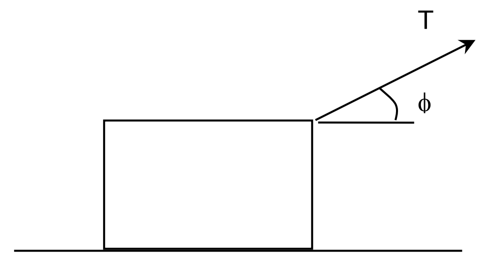
$$81.92 - 65.395 = 30a$$

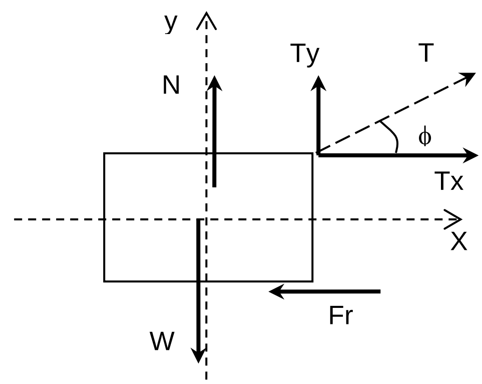
$$a = 0.55\ m/s^2$$

Ejemplo 3.10. El bloque mostrado tiene una masa de 40 kg, está sobre un plano horizontal con coeficientes de rozamiento $\mu_S = 0.4$ y $\mu_K = 0.3$ y se le jala con una fuerza de tensión T que forma un ángulo $\phi = 35°$ con la horizontal. Encontrar:

A) la fuerza T_1 tal que esté a punto de moverse
B) La aceleración si $T_2 = T_1 + 100$ N
C) La T_3 necesaria para mantenerlo con velocidad constante, una vez que ya se ha puesto en movimiento.

Solución: Primero elaboramos en Diagrama de Cuerpo Libre. Observamos que la normal dependerá de T_Y y por lo tanto de T





$$w = mg = 40kg\left(9.81\frac{m}{s^2}\right) = 392.4N$$

$$T_X = T\cos\phi = T\cos 35° = 0.8192T$$

$$T_Y = Tsen\phi = Tsen35° = 0.5736T$$

$$+\uparrow\sum F_Y = N - w + T_Y = 0$$

$$N = w - T_Y$$

$$N = 392.4 - 0.5736T \qquad (1)$$

A) Como el bloque está a punto de deslizarse sobre el plano, $\Rightarrow F_R = F_{SMAX}$

$$F_{SMAX} = \mu_S N = 0.4(392.4 - 0.5736T)$$

$$F_{SMAX} = 156.96 - 0.2294T \qquad (2)$$

$$+\rightarrow\sum F_X = T_X - F_{SMAX} = 0$$

$$0.8192T - 156.96 + 0.2294T = 0 \qquad (3)$$

$$T = \frac{156.96}{1.0486}$$

$$T_1 = 149.68N$$

Podemos comprobar si la fuerza de fricción máxima es igual a la tensión en x. Sust. en la ec. 2

$$F_{SMAX} = 156.96 - 0.2294(149.68) = 122.62N$$

$$T_{X1} = 0.8192(149.68) = 122.62N$$

Entonces $T_{X1} = Fs\,max$ ¡Bien!

B) Si $T_2 = T_1 + 100N = 249.68N$

Calculamos las componentes de T_2

$$T_{2X} = (249.68)\cos 35° = 204.53N$$

$$T_{2Y} = (249.68)sen35° = 143.21N$$

Como $T_{2X} > Fsmax$, el cuerpo se encuentra en movimiento, $Fr = F_K$ y la normal tiene otro valor. Sust en (1)

$$N_2 = 392.4 - 0.5736(249.68) = 249.19N$$

Calc. Fr

$$F_K = \mu_K N_2 = 0.3(249.19) = 74.75N$$

$$+\rightarrow\sum F_X = T_{X2} - F_K = ma$$

$$204.53 - 74.75 = 40a$$

$$a = \frac{129.78}{40} = 3.24\frac{m}{s^2}$$

C) Si v = cte; T_3 será menor, hay que calcular N_3 y $Fr = F_K$.
Retomando (1)

$$N_3 = 392.4 - 0.5736T_3 \qquad (1')$$

$$F_K = \mu_K N = 0.3(392.4 - 0.5736T_3)$$

$$F_{K3} = 117.72 - 0.1721T_3$$

$$+\rightarrow\sum F_X = T_{X3} - F_K = ma = 0$$

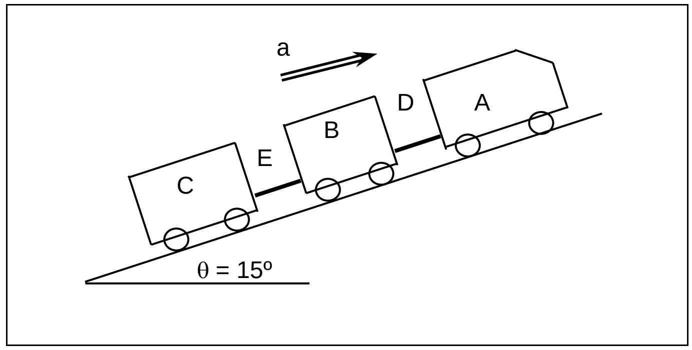
$$0.8192T_3 - (117.72 - 0.1721T_3) = 0$$

$$T_3 = 118.75N$$

Ejemplo 3.11. El tren mostrado sube la pendiente con una aceleración constante de 0.2 m/s/s. Calcular:

A) La fuerza de tracción de la locomotora.
B) Las fuerzas en los acoplamientos D y E.

Despreciar la fricción en C y B. Las masas son: m_A = 80 Mg ; m_B = 40 Mg ; m_C = 50 Mg.



Solución: Escogemos un sistema de referencia apropiado

A) Para calcular la tracción podemos considerar a las fuerzas en los acoplamientos como fuerzas internas para que no intervengan en la ecuación de la 2ª Ley.

$$m_{ABC} = m_A + m_B + m_C = 80 + 40 + 50 = 170 Mg$$

$$m_{ABC} = 170000 kg$$

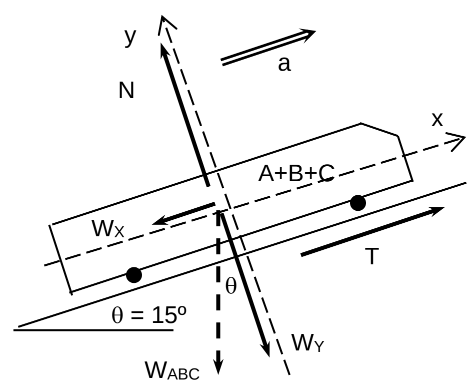
$$W_{ABC} = m_{ABC} g = 170000(9.81) = 1667700 N$$

$$W_X = W sen\theta = 1667700(sen 15º) = 431632 N$$

$$+\nearrow \quad \Sigma F_X = T - W_X = ma$$

$$T = ma + W_X = 170000(0.2) + 431632$$

$$T = 465632 N$$



B)

Para calcular la fuerza en el acoplamiento D podemos hacer el DCL de la locomotora A

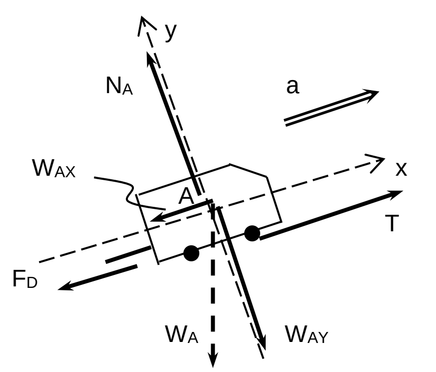
$+\nearrow$ $\Sigma F_X = T - W_{AX} - F_D = m_A\, a$ *(1)*

$W_{AX} = m_A\, g\, sen\theta$ = *80,000 (9.81) sen 15º = 203,121 N*

Sust. en (1)

465,632 - 203,121 - F_D *= 80,000 (0.2)*

F_D *= 246511 N*



B) (continuación).
También podemos hacer el DCL de los vagones B y C

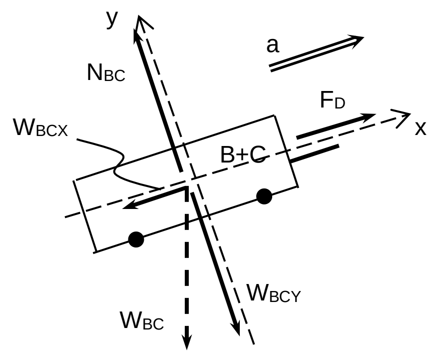
$\overset{+}{\nearrow}\ \Sigma F_X = F_D - W_{BCX} = m_{BC}\, a \qquad (2)$

$W_{BCX} = (m_B + m_C)\, g\, sen\theta = (40{,}000 + 50{,}000)\ 9.81\ sen15^o = 228{,}511\ N$

Sust. en (2)

$F_D - 228{,}511 = 90{,}000\ (0.2)$

$F_D = 246511\ N$



Para calcular la fuerza en el acoplamiento E podemos hacer el DCL del vagón B

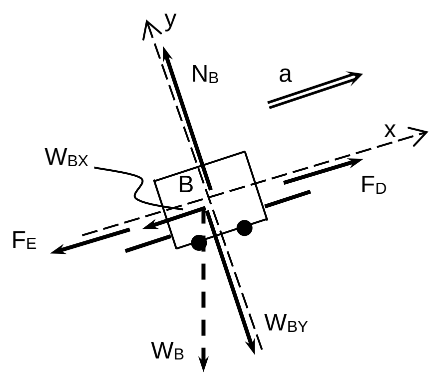
$\overset{+}{\nearrow}\ \Sigma F_X = F_D - W_{BX} - F_E = m_B\, a \qquad (3)$

$W_{BX} = m_B\ g\ sen\theta = 40{,}000\ (9.81)\ sen15^o = 101{,}561\ N$

Sust. en (3)

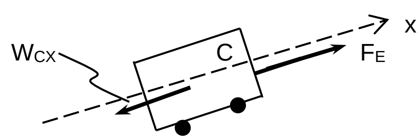
$246511 - 101{,}561 - F_E = 40{,}000\ (0.2)$

$F_E = 136950\ N$



También se podría encontrar F_E analizando al vagón C.
Demuestra que se obtiene el mismo resultado.

(En la figura solo hemos dibujado las fuerzas que intervienen para producir aceleración, ¿falta alguna?)



Ejemplo 3.12. Un bloque B de 80 kg está colocado sobre un carro C de 10 kg, que es remolcado por la fuerza T. El coeficiente de rozamiento, tanto estático como cinético, entre el bloque y el carro es μ = 0.2. Suponiendo que las ruedas del carro eliminan completamente la fricción, calcular:

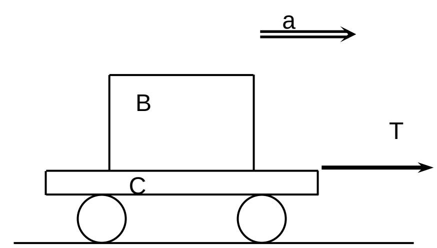
A) La fuerza necesaria para que los dos cuerpos se aceleren a 0.3 m/s/s.
B) La aceleración máxima a la cual los cuerpos se mantienen unidos
C) La fuerza T que corresponde a esa aceleración
D) ¿Qué pasará cuando la fuerza T sea 50 N mayor que la encontrada en el inciso anterior.

Solución:

A) Debido a que la aceleración es muy pequeña suponemos que los dos cuerpos se van a mover juntos. Además, como no hay fricción con el piso no requerimos la normal y no analizamos las fuerzas en el eje vertical. Entonces:

$+\!\!\rightarrow\ \Sigma F_X = T = (m_B + m_C)\, a$

T = (80 +10) 0.3 = 27 N



B) Como T está aplicada sobre C, la forma en que se le aplica una fuerza a B es por la fricción del carro sobre el bloque, $Fr_{C/B}$ y ésta es la única fuerza que acelera a B.

Los cuerpos se mantienen unidos gracias a la fricción que hay entre ellos. La aceleración máxima a la cual continúan unidos ocurre cuando la fricción toma su valor máximo, es decir cuando

$Fr_{C/B} = Fsmax = \mu\, N =$ (1)

Para el bloque

$+\uparrow \Sigma F_Y = N - W_B = 0$

$N = W_B = m_B\, g = 80\,(9.81) = 784.8\ N$

Sust en (1)

$Fr_{C/B} = Fsmax = 0.2\,(784.8) = 157\ N$

La aceleración de B será la ocasionada por la fuerza de fricción de C sobre B, $Fr_{C/B}$

$+\!\!\rightarrow \Sigma F_X = Fr_{C/B} = m_B\, a_B$

$157 = (80)\, a_B$

$a_B = 1.96\ m/s/s$

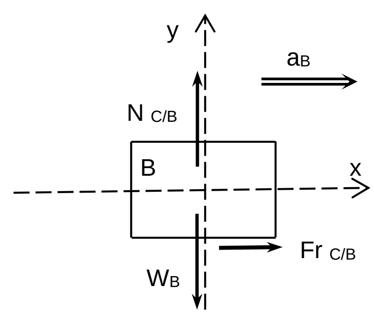
Como se mantiene unidos: $a_C = a_B$

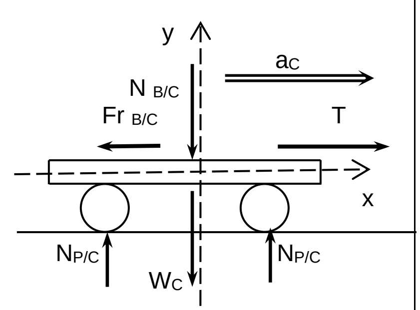
C) La fuerza de remolque T necesaria para imprimir esta aceleración es:

$+\!\!\rightarrow \Sigma F_X = T - Fsmax = m_C\, a_C$

$T - 157 = 10\,(1{,}96)$

$T = 176.6\ N$





Nótese que la fuerza vertical de B sobre C es la Normal que el bloque le aplica $N_{B/C}$ Su valor ***en este caso*** es igual a W_B pero el peso es aplicado por la tierra no por B.

D) Si T es mayor a la encontrada en el inciso C), el carro C tendrá una mayor aceleración, pero el bloque B no podrá acelerarse más que lo producido por Fr, entonces, se presentará un deslizamiento relativo entre B y C

Para C $\quad T_2 = 176.6 + 50 = 226.6\ N$

$+\rightarrow \quad \Sigma F_X = T_2 - Fr = m_C\, a_C$

$226.6 - 157 = 10\ a_C$

$a_C = 6.96\ m/s/s$

pero a_B continuara con el valor anterior, es decir

$a_B = 1.96\ m/s/s$

Por lo que el bloque se deslizará sobre el carro.

Las normales del piso sobre las ruedas del carro también se podrían representar como una sola fuerza Np/c

Nótese que en el ejemplo consideramos iguales el coeficiente de fricción estático y el cinético.

Resolver si $\mu_S = 0.25$ y $\mu_K = 0.1$

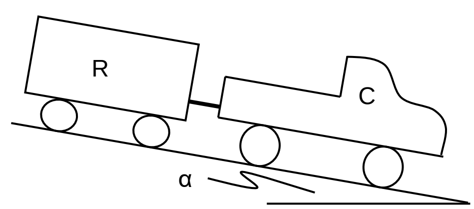
Ejemplo 3.13. Una camioneta con remolque descienden por una carretera inclinada a 110 Km/hr cuando de pronto el conductor tiene que aplicar los frenos de manera constante y se detiene en 150m. Determinar: A) La fuerza de frenado necesaria para lograrlo. B) la fuerza en el acoplamiento que une a la camioneta y el remolque. C) El coeficiente de fricción entre las llantas y el pavimento necesario para proporcionar la fuerza de frenado. Suponer que los frenos solo actúan en las llantas de la camioneta. La masa de la camioneta es 1800kg y la del remolque 1300 kg; α = 12°.

Solución:

$$v = \frac{110km}{1hr}\left(\frac{1000m}{1km}\right)\left(\frac{1hr}{3600s}\right) = 30.56\frac{m}{s}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta x} = \frac{30.56^2 - 0^2}{2(150)} = 3.11\frac{m}{s^2}$$



Analizando como si fuera un solo cuerpo

$$+\searrow \sum F_X = W_{RCX} - F_F = ma$$

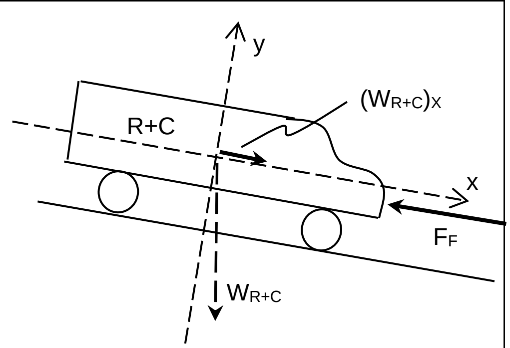
$$(m_R + m_C)gsen\alpha - F_F = (m_R + m_C)a$$

$$(3100)9.81sen12^o - F_F = (3100)(-3.11)$$

Nótese que en la Ec. Consideramos el sentido de la aceleración.

$$6316.80 + 9641 = F_F$$

$$F_F = 15957.8N$$



Analizando solo el remolque para encontrar la fuerza en el acoplamiento

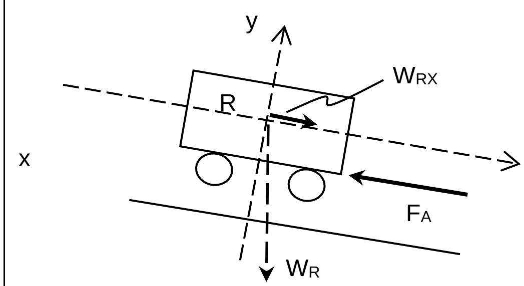
$$+\searrow \sum F_X = W_{RX} - F_A = m_R a$$

$$m_R g sen\alpha - F_A = m_R a$$

$$(1300)9.81 sen 12^{o} - F_A = (1300)(-3.11)$$

$$2651.49 + 4043 = F_A$$

$$F_A = 6694.49 N$$



Podemos comprobar aplicando todas las fuerzas a C y calculando la aceleración

$$+\searrow \sum F_X = W_{CX} - F_A - F_F = m_C a$$

$$(1800)9.81 sen 12^{o} + 6694.49 - 15957.8 = (1800)a$$

$$3671.3 + 6694.49 - 15957.8 = (1800)a$$

$$a = -3.107\frac{m}{s^2} \approx -3.11\frac{m}{s^2}$$

¡Comprobando que estamos bien!

Para calcular El coeficiente de rozamiento utilizamos el DCL de C porque solo ahí actúa la fuerza de fricción F_F

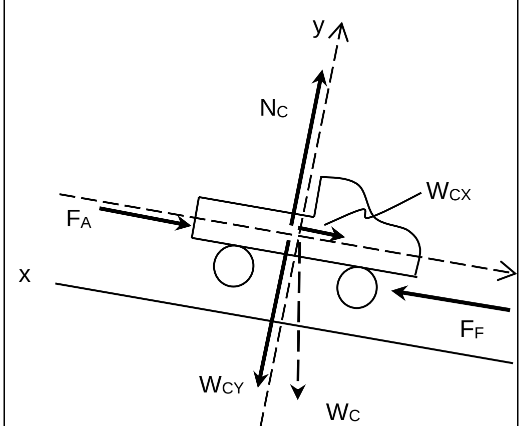
$$+\nearrow \sum F_Y = N_C - W_{CY} = 0$$

$$N_C = m_C g \cos\alpha = 1800(9.81)\cos 12^{o}$$

$$N_C = 17272.13 N$$

$$F_F = \mu N$$

$$\mu = \frac{F_F}{N} = \frac{15957.8}{17272.13} = 0.92$$



Ejemplo 3.14. Sobre un bloque de 30 Kg actúa una fuerza inclinada F que crece poco a poco hasta que logra poner en movimiento al bloque. Encontrar el valor de dicha fuerza y la aceleración que produce. α=25°, μ_S=0.35, μ_K=0.28

Solución:

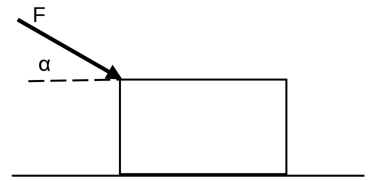
Elaboramos el DCL

$$w = mg = 30(9.81) = 294.3N$$

$$+\uparrow \sum F_y = N - W - F_y = 0$$

$$N = W + F_y = 0 \qquad (1)$$

Nótese que la N es función de F_y por lo tanto variable.

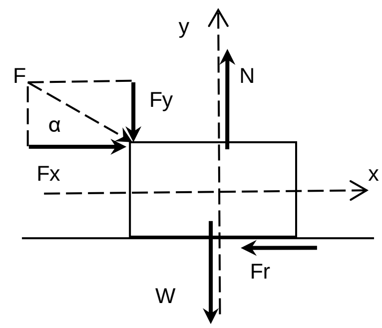


Mientras no se mueva

$$+ \rightarrow \Sigma F_X = Fx - Fr = 0 \qquad (2)$$

Cuando esté a punto de moverse

$$Fr = Fsmax = \mu_S N$$



Entonces la ec 2 queda

$$+ \rightarrow \Sigma F_X = F\cos\alpha - \mu_S N = 0 \qquad (2')$$

Y sust. 1 en 2

$$F\cos\alpha - \mu_S (W + F\text{sen}\alpha) = 0 \qquad (2'')$$

$$F\cos 25° - 0.35\,(294.3 + F\text{sen}25°) = 0$$

$$0.906F - 103 - 0.148F = 0$$

$$0.758F = 103$$

$$F = 135.88\ N$$

Con esta F el bloque está a punto de moverse y la normal tiene el siguiente valor:

$$N = W + F\text{sen}\alpha$$

$$N = 294.3 + 135.88(\text{sen}25°)$$

$$N = 351.73\ \ N$$

Si en este momento ocurre una vibración o hay alguna otra fuerza momentánea que rompa las micro-ligaduras entre las superficies, el bloque se pondrá en movimiento, cambiando de fricción estática a cinética. Si además F mantiene su valor, entonces el cuerpo acelera de acuerdo a:

$$+ \longrightarrow \Sigma F_X = F\cos\alpha - \mu_K N = ma \qquad (3)$$

$$135.88 \cos 25 - 0.28(351.73) = 30\ a$$

$$123.15 - 98.48 = 30\ a$$

$$a = 0.82\ \ m/s^2$$

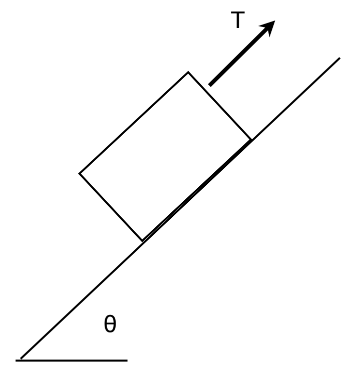
Ejemplo 3.15. El bloque de 300 Kg se encuentra sobre un plano inclinado 50° y sujeto a una fuerza de tensión T de 1500 N. Encontrar su aceleración si $\mu_S = 0.4$ y $\mu_K = 0.3$

Solución:

Como no sabemos hacia donde se acelera (o incluso si lo hace) establecemos la siguiente

Hipótesis: El bloque se acelera hacia arriba, por lo tanto la fricción se dirige hacia abajo y será cinética.

Elaboramos el DCL considerando la hipótesis



$+\nwarrow \; \sum F_y = N - W_y = 0$ …………….. (1)

$N = W_y = mg\cos\theta$

$N = 300(9.81)\cos 50°$

$N = 1891.72\ N$

$F_r = \mu_K N = 0.3(1891.72) = 567.52\ N$

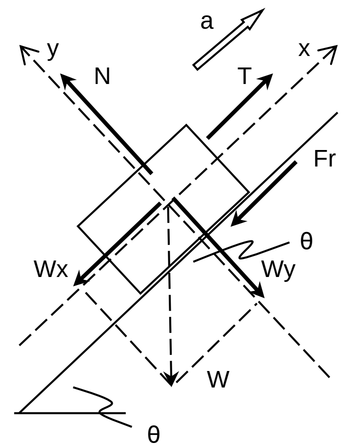
$W_x = mg\,\text{sen}\theta = 300(9.81)\text{sen}50°$

$W_x = 2254.47\ N$

$+\nearrow \sum F_x = T - W_x - F_r = m\,a$ ……….……..(2)

$1500 - 2254.47 - 567.52 = 300\,a$

$a = -4.40\ m/s^2$



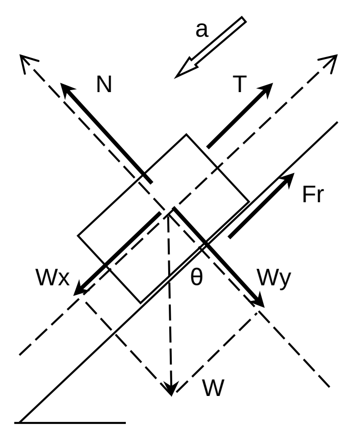
¿Qué significa el signo negativo de la aceleración?

Si observamos, en la ec. 2 las fuerzas ya tienen indicado el sentido real, pero el signo de la aceleración se definirá a partir de la $\sum F$, o sea que con estas fuerzas, el bloque se aceleraría en sentido negativo, es decir hacia abajo (de acuerdo al sist. de referencia previamente definido).

Pero esto contradice la hipótesis inicial, de manera que debemos cambiar la hipótesis.

Hipótesis 2*:* El bloque se acelera hacia abajo, entonces la fricción va hacia arriba y es cinética.

En el eje y no hay cambios, entonces N es igual al caso anterior y el valor de Fr también pero con signo contrario.



$+\nearrow \sum F_x = T - W_x + F_r = m\,a$ ……….……..(3)

$1500 - 2254.47 + 567.52 = 300\,a$

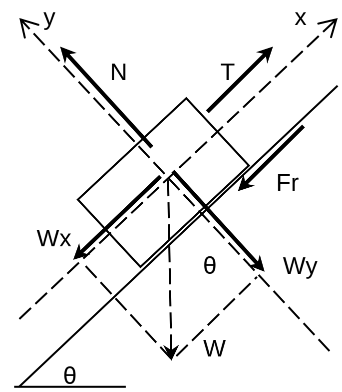
$a = -0.623\ m/s^2$

El signo de la aceleración indica que el bloque se acelera hacia abajo, lo que concuerda con nuestra hipótesis, por lo tanto *¡Ésta solución es correcta!*

Ejemplo 3.16. Con los datos del problema anterior, podríamos preguntarnos por el rango de valores para T tal que el bloque se mantenga en reposo.

Solución:

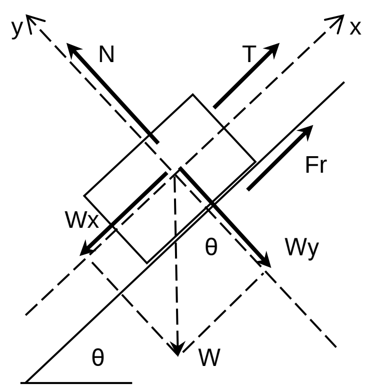
Hipótesis 1: Primero suponemos que el bloque está a punto de moverse hacia arriba, entonces la fricción será la estática máxima y apuntará hacia abajo



Las componentes del peso y la normal no cambian de valor

$$Fs = \mu_S\, N = 0.4(1891.72) = 756.69\ N$$
$$+\nearrow\ \sum Fx = T - Wx - Fr = m\,a$$
$$T - 2254.47 - 756.69 = 0$$
$$T = 3011.16\ \ N$$

Hipótesis 2: Ahora suponemos que el bloque está a punto de moverse hacia abajo, entonces la fricción será la estática máxima y apuntará hacia arriba



$$+\nearrow\ \sum Fx = T - Wx + Fr = m\,a$$
$$T - 2254.47 + 756.69 = 0$$
$$T = 1497.79\ \ N$$

Entonces cualquier valor de tensión entre estos dos valores, generará una fricción estática que no alcance el valor máximo.

Por ejemplo, si T = 2500 N cual será el valor de Fr.
Sabemos que no se va a mover, pero aun así no conocemos el signo de la fricción, entonces establecemos

Hipótesis 3: *suponemos que la fricción es positiva y dejamos que la suma de fuerzas corrija o confirme el signo*

$$+\nearrow\ \sum Fx = T - Wx + Fr = 0$$
$$2500 - 2254.47 + Fr = 0$$
$$Fr = -2500 + 2254.47$$

Vemos claramente que la tensión de 2500 N es mayor que la componente del peso, por ello

$$Fr = -245\ \ N$$

Es decir la fuerza de fricción estática va hacia abajo, "ayudándole" al peso para que el cuerpo no se mueva y evidentemente no tiene el valor máximo.

Ejemplo 3.17. Calcular la aceleración de ambos bloques y la fuerza en la barra C de masa insignificante. m_A = 45 Kg; m_B =25 Kg μ_{KA} =0.3; μ_{KB} =0.20; θ = 40°

***Solución**:* Si los bloques se aceleran necesariamente lo harán hacia abajo.

Para A

$$+\nwarrow \Sigma F_Y = N_A - W_{AY} = 0$$
$$N_A = W_{AY} = m_A g\cos\theta$$
$$N_A = 45(9.81)\cos 40^o = 338.17N$$
$$F_{RA} = \mu_A N_A = 0.3(338.17) = 101.45N$$
$$W_{AX} = m_A g sen\theta = 45(9.81)sen 40^o$$
$$W_{AX} = 283.76N$$

Para B

$$+\nwarrow \Sigma F_Y = N_B - W_{BY} = 0$$
$$N_B = W_{BY} = m_B g\cos\theta$$
$$N_B = 25(9.81)\cos 40^o = 187.87N$$
$$F_{RB} = \mu_B N_B = 0.2(187.87) = 37.57N$$
$$W_{BX} = m_B g sen\theta = 25(9.81)sen 40^o$$
$$W_{BX} = 157.64N$$

Las fuerzas en la barra C son internas cuando consideramos a los dos bloques como un solo cuerpo.

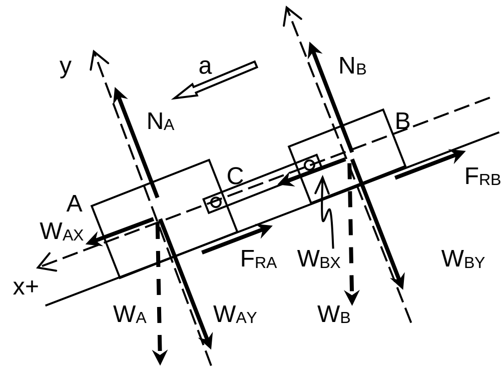
Para A y B ($+\swarrow$)

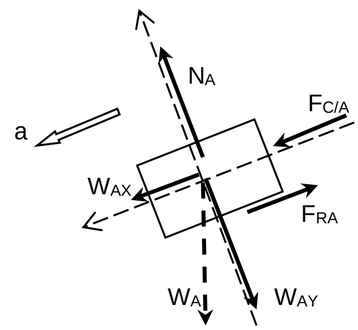
$$\Sigma F_X = W_{AX} + W_{BX} - F_{RA} - F_{RB} = (m_A + m_B)a$$
$$\frac{283.76 + 157.64 - 101.45 - 37.57}{45 + 25} = a$$
$$a = 4.31 \, {}^{m}\!/_{s^2}$$

Para obtener la fuerza en la barra C analizamos un bloque por separado. En este caso decidimos analizar a A.

Como no sabemos si el bloque B empuja a A o lo frena, establecemos la siguiente ***Hipótesis: B empuja a A***

$$+\swarrow \Sigma F_X = W_{AX} - F_{RA} + F_{C/A} = m_A a$$
$$283.76 - 101.45 + F_{C/A} = (45)4.31$$
$$F_{C/A} = 11.64N$$





Nótese que el signo de la aceleración es positivo coincidiendo con el sistema de referencia y con el sentido en el que realmente se aceleran los bloques, entonces el signo de $F_{C/A}$ nos indica que la hipótesis es correcta y el resultado también lo es.

Otra manera de proceder sería hacer un análisis previo de cada cuerpo como si no estuvieran conectados para ver cuál se acelera más rápido y determinar con toda seguridad si B empuja a A o lo frena.

¡Inténtalo de esta manera para ver qué pasa!

3.14 El secreto de la multiplicación de las fuerzas.

Desde la antigüedad el hombre buscó la manera de multiplicar su fuerza física. Esto lo consiguió al inventar y/o descubrir las máquinas simples: la palanca, la cuña o plano inclinado, la polea, el tornillo. Las máquinas complejas son combinaciones de las máquinas simples. A los conjuntos de poleas se les llaman “polipastos” y permiten elevar grandes pesos mediante pequeñas fuerzas.
La *“multiplicación de las fuerzas”,* es decir, la relación entre el peso levantado y la fuerza necesaria para lograrlo depende del número de poleas móviles y de la forma en cómo estén unidas por las cuerdas.
Analizaremos algunos ejemplos en su comportamiento estático y dinámico:

Las poleas fijas solo sirven para cambiar de dirección la aplicación de las fuerzas.

En el caso estático, para sostener al peso W se requiere una fuerza igual

$$W = T = F$$

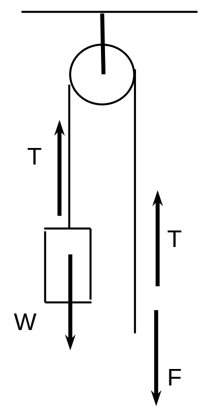
Para que W se acelere hacia arriba F tendrá que ser mayor que W

$$F > W$$

Si dejamos bajar el bloque de manera acelerada, F será menor que W

$$F < W$$

¿Podrías proponer otros esquemas con una o varias poleas fijas?



Una polea móvil ya permite “multiplicar las fuerzas”. En el caso estático se tiene:

$$\uparrow \; \Sigma F_Y = 2T - W = 0$$

Por lo cual $T = ½ W$

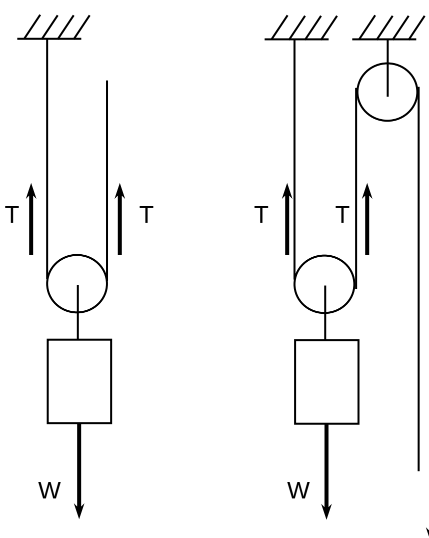
Si el bloque sube de manera acelerada la fuerza T deberá ser mayor

$$T > ½ W$$

Si el bloque baja de manera acelerada

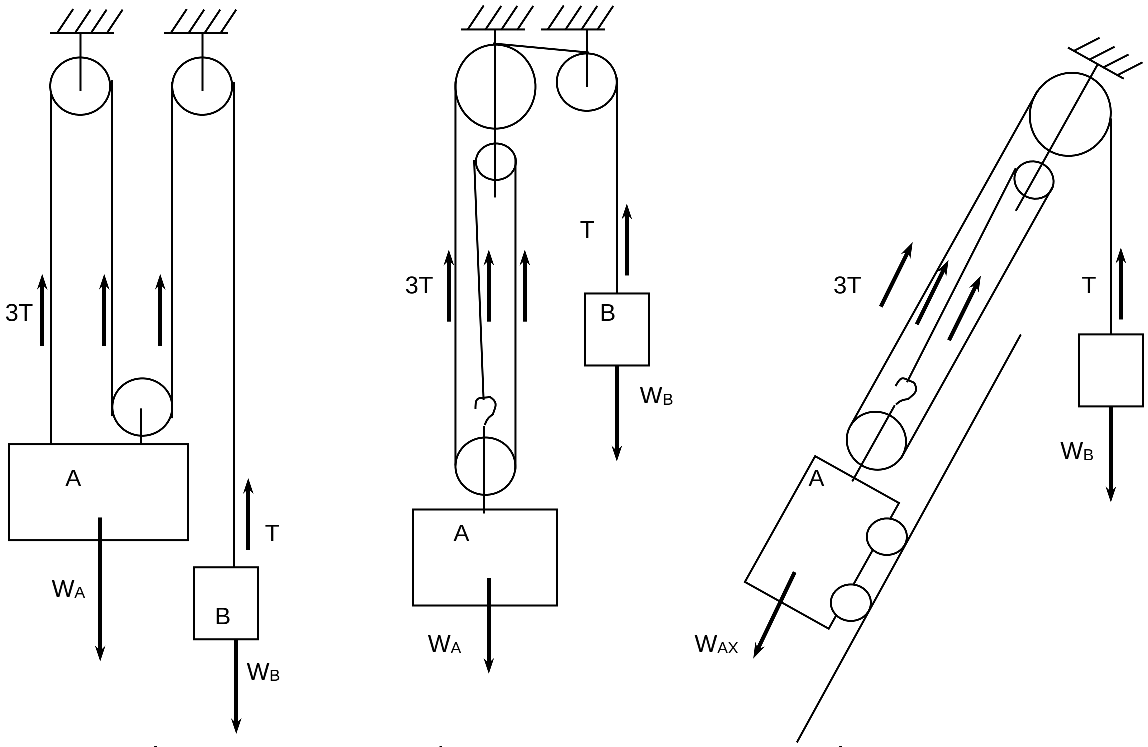
$$T < ½ W$$

Obsérvese que el análisis es igual cuando solo hay una polea móvil y cuando está acompañada por alguna(s) polea(s) fija (s).



Sistemas equivalentes.

Hay sistemas de poleas que aparentemente son diferentes pero que funcionan de manera equivalente. Es decir, presentan las mismas relaciones cinemáticas: de posición, de velocidad y de aceleración.



Sistema 1 Sistema 2 Sistema 3

En los tres casos anteriores la relación de aceleraciones es $3a_A = - a_B$

Las relaciones de fuerzas pueden ser similares o no.

Regresando al ejemplo, si los bloques están en equilibrio

$W_A = 3T$

$W_B = T$

Y para los sistemas 1 y 2.

$W_A = 3\ W_B$

Para el sistema 3, la fuerza que actúa sobre el bloque A es una componente del peso y no el peso total, y suponiendo que no hay fricción con el plano inclinado y el sistema se mantiene en equilibrio.

$W_{AX} = 3\ W_B$

De manera que si el bloque A sube de manera acelerada

$W_A < 3T$ para 1 y 2 o $W_{AX} < 3T$ para 3 y

$W_B > T$ en los tres casos y

$W_A < 3\ W_B$ para 1 y 2 o $W_{AX} < 3\ W_B$

¿Cómo serán las relaciones de los pesos y las tensiones si los bloques A bajan de manera acelerada?

Hipótesis de solución de sistemas de poleas:

Sistematizando los ejemplos anteriores podemos plantear algunas hipótesis que hasta ahora hemos usado implícitamente:

1. Las *cuerdas y las poleas no tienen masa*, o mejor dicho es insignificante comparada con la masa de los bloques.
2. A todo lo largo de una cuerda se transmite la misma fuerza; es decir no hay fuerzas intermedias y por lo tanto *en cualquier sección transversal de la cuerda actúa la misma tensión*.
3. Las cuerdas son inextensibles., o sea que no se estiran.
4. No hay fricción en el eje de las poleas.

El procedimiento de solución es:

1. Establecer sistema de referencia único para todos los cuerpos conectados con las cuerdas y poleas, con los mismos criterios que los problemas de poleas resueltos en Cinemática.
2. Dibujar el diagrama de cuerpo libre DCL para cada bloque y de ser necesario para las poleas auxiliares.
3. Aplicar la segunda ley del movimiento a cada cuerpo, respetando los signos definidos por el sistema de referencia. De ahí se obtienen tantas ecuaciones como bloques haya.
4. Obtener la relación de aceleraciones por los métodos cinemáticos ya establecidos (derivando la relación de posiciones dos veces respecto al tiempo.)
5. La solución del sistema de ecuaciones así obtenido responde las incógnitas planteadas. Muchas veces es preferible sustituir las ecuaciones de fuerzas en la relación de aceleraciones como ilustramos en los siguientes ejemplos.

Ejemplo: 3.18. Calcular la masa del bloque B necesaria para que A se acelere 0.2 m/s^2 hacia arriba, si m_A = 10 Kg.

Solución:
Ubicamos el origen del sistema de referencia en el centro de la polea fija, positivo hacia abajo.

Para A

$+\downarrow\ \Sigma F_Y = -2T + W_A = m_A a_A$

$-2T + m_A g = m_A a_A \qquad (1)$

$-2T + 10(9.81) = 10(-0.2)$

$-2T + 98.1 = -2$

T = 50.05 N

Para B

$+\downarrow \Sigma F_Y = -T + W_B = m_B a_B$

$-T + m_B g = m_B a_B \qquad (2)$

En esta ec. desconocemos m_B *y* a_B , entonces:
Buscamos la relación de posiciones:

$2y_A + y_B = L$

derivando respecto al tiempo dos veces obtenemos la relación de aceleraciones:

$2v_A + v_B = 0$

$2a_A + a_B = 0 \qquad (3)$

$a_B = -2a_A = -2(-0.2) = +0.4$ m/s/s

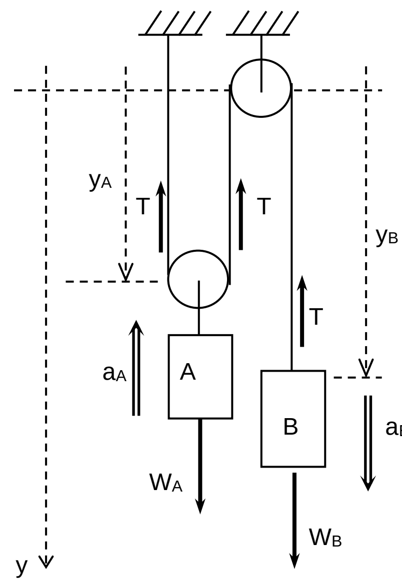
Sust. En (2)

$-50.05 + 9.81\, m_B = m_B\,(0.4)$

$-50.05 = -9.41\, m_B$

$m_B = 5.31$ kg

por lo tanto $W_B = m_B\, g = 5.31\,(9.81) = 52.09$ N



Nótese que:

$T > ½\, W_A$, ya que A se tiene que acelerar hacia arriba y
$W_B > T$ ya que B también se acelera (obviamente hacia abajo).

Dos problemas clásicos en ingeniería:
Generalizando, el problema anterior lo podríamos plantear como: ¿qué se requiere para que un sistema o instalación funcionen de cierta manera? Ejemplo: ¿qué dimensiones requiere la columna para que soporte determinada carga? o ¿qué diámetro debe tener esta tubería para conducir la cantidad de agua que se necesita? A estos problemas se les denomina ***"de diseño".***
Otro tipo de problemas de poleas son aquellos en que se tienen las masas (o los pesos) de los cuerpos y se pide encontrar las aceleraciones y las tensiones. Generalizando plantearíamos: ¿cómo funciona una instalación o sistema dado? Retomando los ejemplos preguntaríamos ¿Cuánto resiste ésta columna? o ¿cuánta agua puede conducir ésta tubería? A este tipo de problemas se les denomina ***"de revisión"***, porque se debe revisar cómo funciona un sistema o instalación ya definida. Estos son, en general, dos problemas clásicos de ingeniería.

Ejemplo 3.19. Dados los pesos (o las masas) de los bloques A y B encontrar sus aceleraciones y la tensión en la cuerda. En este caso utilizaremos el sistema MKS técnico, entonces los kg serán peso y la masa estará en UTM. W_A = 40 kg, W_B = 12 kg.

Solución:

Si de entrada no conocemos que cuerpo sube y cual baja, podemos hacer el análisis estático y comparar:

Si B estuviera en reposo, T = W_B = 12 kg, entonces habría 4T = 4x12 = 48 kg sosteniendo al bloque A de 40 kg, lo que demuestra que el caso estático no se cumple y que A se acelera hacia arriba y B hacia abajo. Entonces:

$m_A = W_A / g = 40 / 9.81 = 4.08$ UTM
$m_B = W_B / g = 12 / 9.81 = 1.22$ UTM

Para A

$$+\downarrow \ \Sigma F_Y = W_A - 4T = m_A a_A$$
$$40 - 4T = 4.08\, a_A \qquad (1)$$

Para B

$$+\downarrow \ \Sigma F_Y = W_B - T = m_B a_B$$
$$12 - T = 1.22\, a_B \qquad (2)$$

Nótese que en las ecs. 1 y 2 las fuerzas ya tienen su signo y el de las aceleraciones se obtendrá de cada ecuación.

Relación de posiciones:

$$4Y_A + Y_B = L$$

derivando dos veces con relación al tiempo:

$$4v_A + v_B = 0$$
$$4a_A + a_B = 0$$

Como el cuerpo B baja, tiene aceleración positiva, entonces es mejor despejar de acuerdo a los signos

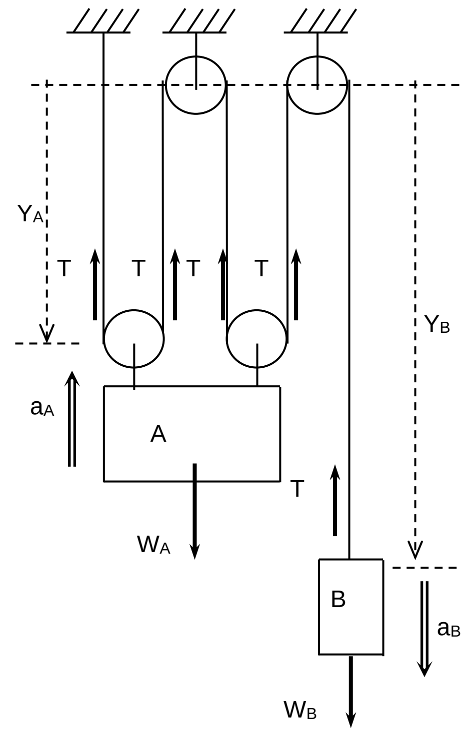
$$a_B = -4a_A \qquad (3)$$

despejando (1) y (2) y sust en (3)

$$\frac{40-4T}{4.08} = a_A \qquad (1')$$

$$\frac{12-T}{1.22} = a_B \qquad (2')$$

$$\frac{12-T}{1.22} = -4\left[\frac{40-4T}{4.08}\right]$$



multiplicando ambos miembros de la igualdad por 1.22 y por 4.08

$$48.96 - 4.08T = -195.2 + 19.52T$$
$$23.60T = 244.16$$
$$T = 10.34 \quad \textit{[kg]}$$

Sust. en (1´) y en (2´)

$$\frac{40-4(10.34)}{4.08} = a_A = -0.339 \quad \textit{[m/s/s]}$$

$$\frac{12-10.34}{1.22} = a_B = 1.36 \quad \textit{[m/s/s]}$$

debiendo ser $a_B = -4a_A$

1.36 = –4(–0.339)≈ 1.356

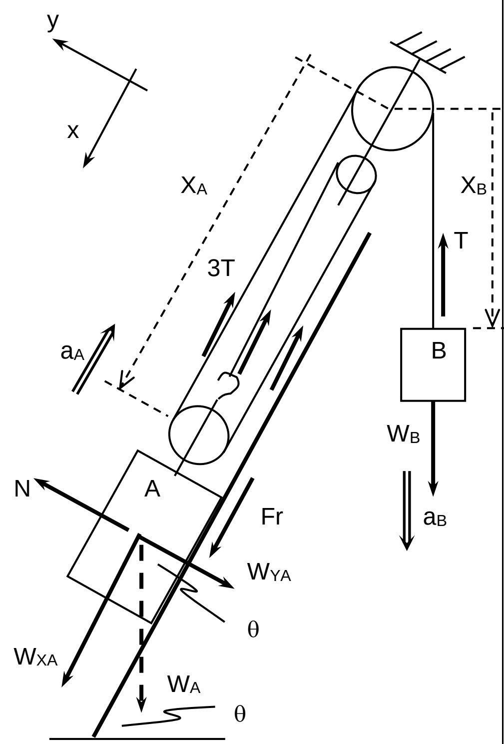
El error es de redondeo y los resultados son *¡correctos!*

Nótese que T > 1/4W

Ejemplo 3.20*.* Calcular las aceleraciones de cada bloque y la tensión en la cuerda sabiendo que m_A = 90 Kg, m_B = 40 kg, μ = 0.2 , θ = 70º.

Solución:

En la figura se muestran los DCL de ambos bloques. Del análisis estático se desprende que, como $3m_B > m_A$ es muy probable *que el bloque B se acelere hacia abajo jalando al bloque A hacia arriba. Estableciendo lo anterior como hipótesis* y considerando el sistema de referencia con origen en la polea superior y positivo hacia abajo para ambos bloques.



$3X_A + X_B = L$

derivando dos veces respecto al tiempo

$$3a_A + a_B = 0$$

como a_B baja es positiva despejamos

$$a_B = -3a_A \qquad (1)$$

$$+\nwarrow \Sigma F_y = N - W_{YA} = 0$$

$$N = W_{YA} = m_A g\cos\theta = 90(9.81)\cos 70°$$

$$N = 301.97 \quad [N]$$

$$Fr = \mu N = 0.2(301.97) = 60.39 \quad [N]$$

$$+\swarrow \ \Sigma F_x = W_{AX} + Fr - 3T = m_A a_A$$

$$m_A g sen\theta + Fr - 3T = m_A a_A$$

$$90(9.81)sen70° + 60.39 - 3T = 90a_A$$

$$\frac{890.05 - 3T}{90} = a_A \qquad (2)$$

Para B

$$+ \downarrow \Sigma F = w_B - T = m_B a_B$$

$$\frac{40(9.81) - T}{40} = \frac{392.4 - T}{40} = a_B \qquad (3)$$

sustituyendo 2 y 3 en1

$$\frac{392.4 - T}{40} = -3\left(\frac{890.05 - 3T}{90}\right) = -\left(\frac{890.05 - 3T}{30}\right)$$

multiplicando ambos miembros por 10

$$\frac{392.4 - T}{4} = -\left(\frac{890.05 - 3T}{3}\right)$$

$$3[392.4 - T] = -4(889.2 - 3T)$$

$$1177.2 - 3T = -3556.81 + 12T$$

$$4734.01 = 15T$$

$$T = 315.6 \quad [N]$$

Sust. en (2)

$$\frac{889.20 - 3(315.6)}{90} = a_A$$

$$a_A = -0.64 \quad [m/s^2]$$

Sust. en (3)

$$\frac{392.4 - 315.6}{40} = a_B = 1.92 \quad [m/s^2]$$

por lo tanto

$$a_B = -3a_A$$

Y la solución es ¡correcta!

Ejemplo 3.21. Encontrar las aceleraciones de los dos bloques y la tensión en cada cuerda del sistema mostrado. m_A=15kg; m_B=50kg.

Solución:

$$w_A = 147.15N$$
$$w_B = 490.5N$$

Relación de aceleraciones. Hay dos cuerdas: La cuerda 1 de línea continua y la cuerda dos de línea punteada

$$Y_A + 2Y_C = L_1$$
$$v_A + 2v_C = 0$$
$$a_A + 2a_C = 0 \qquad (1)$$
$$Y_B + (Y_B - Y_C) = L_2$$
$$2Y_B - Y_C = L_2$$
$$2v_B - v_C = 0$$
$$2a_B - a_C = 0$$
$$2a_B = a_C \qquad (2)$$

Sust. (2) en (1)

$$a_A + 2(2a_B) = 0$$
$$a_A + 4a_B = 0 \qquad (3)$$

Si no sabemos con seguridad cual es positiva es preferible no despejar.
Aplicando la 2ª Ley de Newton

Para A

$$+\downarrow \sum F = w_A - T_1 = m_A a_A$$

$$\frac{147.15 - T_1}{15} = a_A \qquad (4)$$

Para B

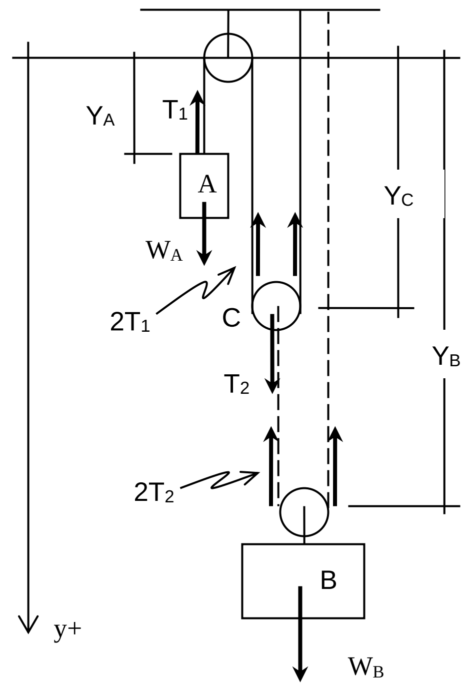
$$+\downarrow \sum F = w_B - 2T_2 = m_B a_B$$
$$\frac{490.5 - 2T_2}{50} = a_B \qquad (5)$$

Para C

$$+\downarrow \sum F = T_2 - 2T_1 = m_C a_C$$

Pero como la masa de C vale cero

$$T_2 = 2T_1 \qquad (6)$$



Sust. (6) en (5)

$$\frac{490.5 - 4T_1}{50} = a_B \qquad (5´)$$

Sust (4) y (5´) en (3)

$$\frac{147.15 - T_1}{15} + 4\left(\frac{490.5 - 4T_1}{50}\right) = 0$$
$$9.81 - 0.0667T_1 + 39.24 - 0.32T_1 = 0$$
$$49.05 = 0.3867T_1$$
$$T_1 = 126.85N$$
$$T_2 = 253.7N$$
$$a_A = 1.35 \, m/s^2 \qquad \Rightarrow a_A \downarrow$$
$$a_B = -0.338 \, m/s^2 \qquad \Rightarrow a_B \uparrow$$

Y se cumple

$$a_A + 4a_B = 0$$

¿Podrías hacer el análisis estático para comprobar que el resultado es lógico?

Ejemplo 3.22. Calcular las aceleraciones de cada bloque y la tensión en la cuerda si:

m_A=65 Kg, m_B=25 kg, μ_S=0.3, μ_K=0.2, θ=35º

Solución:

La relación de posiciones

$$x_A + 2y_B = L$$

derivando dos veces respecto al tiempo

$$a_A + 2a_B = 0$$

En este caso no resulta sencillo saber hacia dónde se mueven los bloques, entonces establecemos la siguiente…

Hipótesis:

Suponemos que a_A sube (-) y a_B baja (+), por lo cual las despejamos de esa forma

$$2a_B = -a_A \qquad (1)$$

Escribiremos las ecuaciones con los sentidos de las fuerzas correctos y dejaremos que las propias ecuaciones indiquen los sentidos de las aceleraciones.

Para A

$$+\nwarrow \Sigma F_y = N - W_{AY} = 0$$

$$N = W_{AY} = m_A g\cos\theta = 65(9.81)\cos 35°$$

$$N = 521.8 \quad [N] \qquad (2)$$

Fr = F_K porque hay deslizamiento

$$Fr = \mu_K N = 0.2(521.8) = 104.36 \quad [N] \qquad (3)$$

$$+\swarrow \Sigma F_x = W_{AX} + Fr - T = m_A a_A$$

$$m_A g sen\theta + Fr - T = m_A a_A$$

$$65(9.81)sen35° + 104.36 - T = 65a_A$$

$$365.37 + 104.36 - T = 65a_A$$

$$\frac{469.73 - T}{65} = a_A \qquad (4)$$

Para B

$$+\downarrow \Sigma F = w_B - 2T = m_B a_B$$

$$25(9.8) - 2T = 25a_B$$

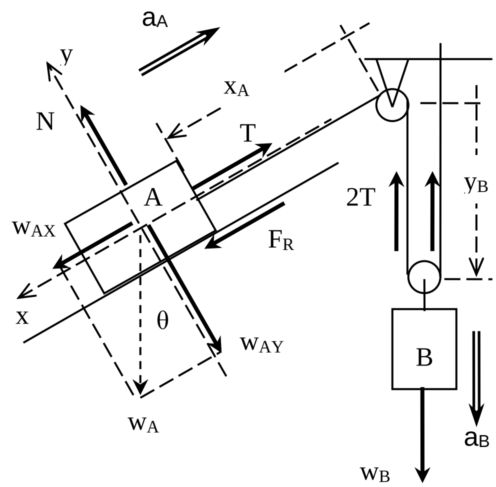
$$9.8 - \frac{2}{25}T = a_B \qquad (5)$$

Sust. (4) y (5) en (1)

$$2\left(9.8 - \frac{2}{25}T\right) = -\left(\frac{469.73 - T}{65}\right) \qquad (1´)$$

Operando

$$19.6 - 0.16T = -7.2266 + 0.0154T$$



$$26.8266 = 0.1754T$$

$$T = 152.95[N]$$

Sust. En (4) y (5)

$$a_A = 4.87\, m/s^2$$

$$a_B = -2.43\, m/s^2$$

Si sust. En (1) para comprobar

$$2(-2.43) = -(4.87)$$

Observamos que si se cumple con la ec. (1), lo que indica que el sistema de ecuaciones se ha resuelto correctamente desde el punto de vista algebraico.

Pero al observar el significado de los signos de las aceleraciones

$a_A = 4.87\, m/s^2 \quad \Rightarrow$ a_A baja

$a_B = -2.43\, m/s^2 \quad \Rightarrow$ a_B sube

lo que no concuerda con la hipótesis inicial

Entonces ¡debemos cambiar nuestra hipótesis!

Ejemplo 3.22 continuación.

Solución: modificamos la hipótesis:
Hipótesis2: *Suponemos que a_A* ***baja*** *(+) y a_B* ***sube*** *(-)*, por lo cual las despejamos de esa forma

$$a_A = -2a_B \qquad (1)$$

Como A baja, la fricción ahora apunta hacia arriba (-) pero mantiene su valor (la N no cambia y μ_K tampoco).

$$Fr = \mu N = 0.2(521.8) = 104.36 \quad [N] \quad (2)$$

$$+\swarrow \Sigma F_x = W_{AX} - Fr - T = m_A a_A$$

$$m_A g sen\theta - Fr - T = m_A a_A$$

$$65(9.81)sen35° - 104.36 - T = 65a_A$$

$$365.37 - 104.36 - T = 65a_A$$

$$\frac{261.01 - T}{65} = a_A \qquad (3)$$

Para B

$$+\downarrow \Sigma F = w_B - 2T = m_B a_B$$

$$25(9.8) - 2T = 25a_B$$

$$9.8 - \frac{2}{25}T = a_B \qquad (4)$$

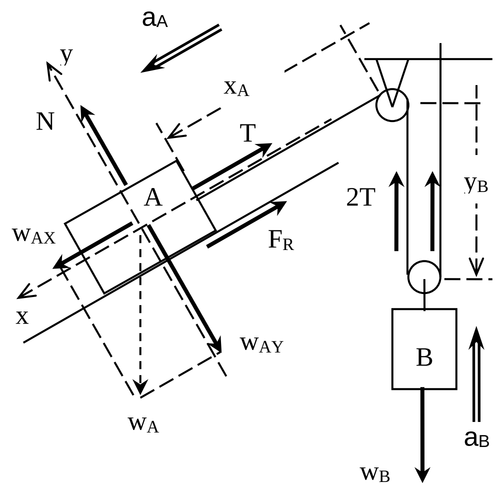
Sust. (3) y (4) en (1)

$$\frac{261.01 - T}{65} = -2\left(9.8 - \frac{2}{25}T\right) \qquad (1')$$

$$4.015 - 0.0154T = -19.6 + 0.16T$$

$$23.615 = 0.175T$$

$$T = 134.65 \ N$$



Sust. En (3) y (4)

$$a_A = 1.944 \, m/s^2 \qquad \Rightarrow \quad a_A \text{ baja}$$

$$a_B = -0.972 \, m/s^2 \qquad \Rightarrow \quad a_B \text{ sube}$$

Si sust. En (1) para comprobar

$$-2(-0.972) = +1.944$$

Observamos que si se cumple con la ec. (1), lo que indica que el sistema de ecuaciones se ha resuelto correctamente (desde el punto de vista algebraico) y además los sentidos de las aceleraciones calculadas coinciden con la hipótesis 2

Por lo tanto ¡la solución es correcta!

También podría darse el caso que ésta hipótesis tampoco se confirmara; lo que significaría que el sistema no se mueve y que la fricción que se presenta es una estática que no llega a la máxima.

3.15 Aplicación de la segunda ley con coordenadas Normal y Tangencial.

Al igual que en Cinemática, cuando la trayectoria es curva puede ser conveniente utilizar las coordenadas Normal y Tangencial para analizar el movimiento y las fuerzas que intervienen. Para ello solo se encuentran las componentes de las fuerzas y la aceleración en las direcciones mencionadas.

Entonces la segunda Ley en su expresión vectorial

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$$

se descompone en dirección tangente

$$\Sigma F_T = ma_T \qquad (3.9)$$

y en dirección normal

$$\Sigma F_N = ma_N \qquad (3.10)$$

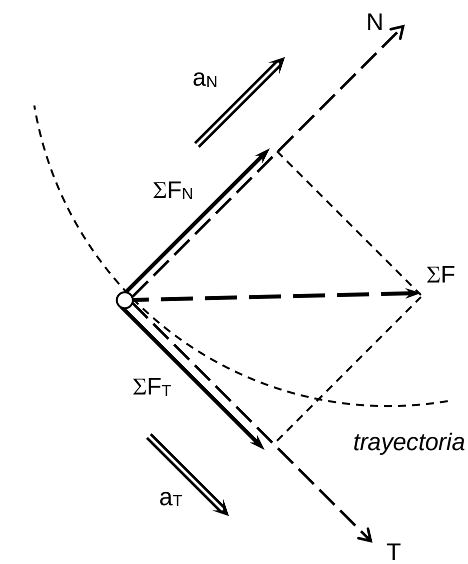
Donde

$$a_T = \frac{dv}{dt} \quad \text{y} \quad a_N = \frac{v^2}{\rho}$$

A la suma de fuerzas en dirección normal o perpendicular a la trayectoria también se le llama ***fuerza centrípeta***, ya que siempre apunta hacia el centro. Lo anterior es conveniente para no confundirla con la fuerza normal entre dos superficies. De igual forma a la aceleración normal

$$a_N = \frac{v^2}{\rho}$$

También se le llama ***aceleración centrípeta.***

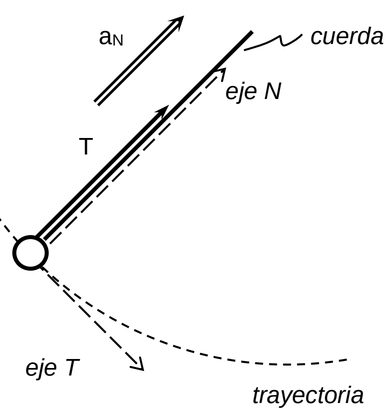


Consideremos una pequeña esfera atada a una cuerda y que está girando con rapidez constante alrededor de un punto describiendo un círculo horizontal sobre un plano liso.
Como la rapidez (la magnitud de la velocidad) es constante, la aceleración tangencial vale cero y la suma de fuerzas tangenciales también vale cero.

La única fuerza contenida en el plano del movimiento es la tensión de la cuerda y es perpendicular a la trayectoria, jalando siempre hacia el centro,

$$\Sigma F_N = T = m\frac{v^2}{\rho}$$

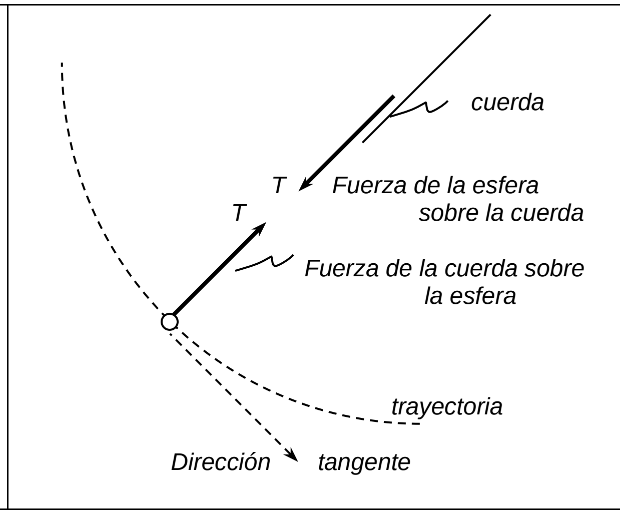
De manera que la tensión en la cuerda es la fuerza centrípeta.



¿Cómo se movería la esfera si la cuerda se soltara o si se rompiera?
De acuerdo con la primera ley del movimiento, la partícula continuaría moviéndose en línea recta con velocidad constante, si pero ¿lo haría en dirección “centrífuga”, es decir, del centro hacia fuera? ...
Si hacemos el experimento nos percatamos que la partícula se mueve ***en dirección tangencial*** al punto en donde deja de actuar la fuerza centrípeta.
¿Y la fuerza centrífuga? En las circunstancias descritas no existe **sobre la esfera** ninguna fuerza que vaya del centro hacia fuera.

Sobre la esfera, solo actúa la fuerza ***centrípeta.***

Existe una fuerza con orientación centrífuga pero está actuando sobre la cuerda. Es la que la esfera aplica a la cuerda, es la contraparte (de acuerdo con la tercera ley) de la aplicada por la cuerda sobre la esfera.



Si la esfera incrementa la rapidez con que gira, la tensión en la cuerda aumentará, esto se debe a que al aumentar la rapidez, la aceleración centrípeta $a_N = \frac{v^2}{\rho}$ aumenta de acuerdo al cuadrado de la rapidez, (estamos suponiendo que el radio no varía). Es decir, la fuerza centrípeta debe aumentar, para mantener a la partícula dentro de la misma trayectoria, con una rapidez mayor.
Si la rapidez aumenta lo suficiente, la cuerda puede llegar a romperse, y sería correcto decir que la cuerda se rompió porque la fuerza centrífuga creció demasiado, pero **la esfera saldrá disparada en línea recta y tangencial, por efecto de la inercia,** nunca saldrá en dirección radial o perpendicular a la trayectoria.
Algo semejante ocurre cuando un auto, al tomar una curva con exceso de velocidad, se sale de la carretera. Es un error común decir que eso ocurrió por la fuerza centrífuga. El auto tiende a moverse en línea recta tangente al punto donde abandonó la carretera, debido a la inercia. *Cuando un auto se mueve sobre una curva, no hay sobre él ninguna fuerza apuntando del centro hacia fuera que se le pueda llamar centrífuga.*

Ejemplo 3.23. Una pequeña esfera está atada al extremo inferior de una cuerda de 1.2m de longitud, el extremo superior de la cuerda está fijo y la pelota gira con rapidez constante describiendo círculos horizontales. Calcular la rapidez de la esfera si el ángulo θ = 60º.

Solución:

En la primera figura se muestran el eje tangente a la trayectoria T, el normal a la misma N y el vertical Z, así como la relación entre la longitud de la cuerda L y el radio ρ.

En la segunda figura se muestra el DCL y el diagrama cinético DC, donde se ve claramente que solo existe aceleración normal, (horizontal y hacia el centro del círculo) ya que al ser la rapidez constante la aceleración tangencial vale cero.

$$\rho = L \cos \theta = 1.2 \cos 60º = 0.6 \ m$$

$$\uparrow \quad \Sigma F_Z = T_Z - W = 0$$

$$T (\text{sen } 60º) - m (9.81) = 0 \qquad (1)$$

$$\nearrow \quad \Sigma F_N = T_N = m\, a_N$$

$$T \cos 60° = m \frac{v^2}{\rho} = m \frac{v^2}{0.6} \qquad (2)$$

despejando T de (1) y sustituyéndola en (2)

$$T = m \frac{9.81}{0.866} = 11.328m$$

$$11.328m \cos 60º = m \frac{v^2}{0.6}$$

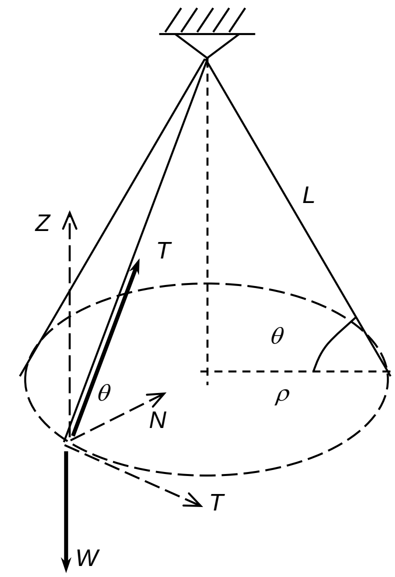
Dividiendo ambos miembros entre m, la masa se anula quedando

$$v = 1.8 \, {}^{m}/_{s}$$

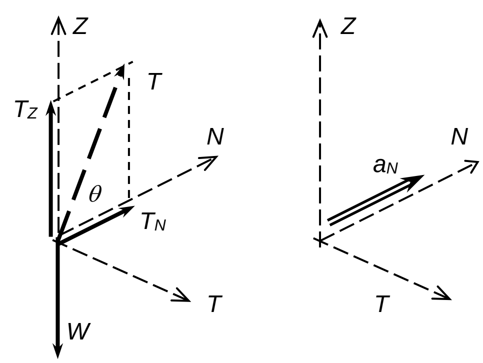
Nótese que:

a) No se aplica ΣF_T, ya que no hay fuerzas en esa dirección

b) El que la masa se anule significa que cualquier cuerpo que se mueva con esas condiciones geométricas debe moverse a esa velocidad, ¡sin importar la masa!



No confundir la fuerza T de la cuerda, en línea oscura, con el eje tangencial a la trayectoria circular T, en línea punteada.



DCL *DC*

c) No obstante, si quisiéramos conocer la tensión, sí necesitaríamos conocer la masa o el peso, ya que en la ec. 1, la tensión T depende de la masa.

Ejemplo 3.24. Cuál será el ángulo de peralte de una curva circular horizontal de 300 m de radio tal que un automóvil pueda tomarla a 110 km/hr sin que intervenga la fricción transversal, entre el pavimento y las llantas, para impedir que el auto se deslice hacia arriba o hacia abajo de la pendiente transversal.

Solución: En la primera figura se ha superpuesto el DCL y también aparece el vector aceleración normal, que es horizontal y apunta al centro de la curva. El sistema de referencia es similar al del ejemplo anterior.

Las fuerzas actuando sobre el auto son el peso W y la fuerza que la carretera le aplica al auto y que es perpendicular al pavimento P, no hay fuerza tangencial al pavimento que sería la fricción transversal, ni fuerza tangencial a la trayectoria dado que la rapidez es constante, entonces:

$$\uparrow \quad \Sigma F_Z = P_Z - W = 0$$

$$W = P\cos\theta = mg \qquad (1)$$

$$\rightarrow \quad \Sigma F_N = P_N = m\,a_N$$

$$P sen\theta = m\frac{v^2}{\rho} \qquad (2)$$

dividiendo (2) entre (1) obtenemos la tangente de θ y se elimina la fuerza P del pavimento y la masa del auto:

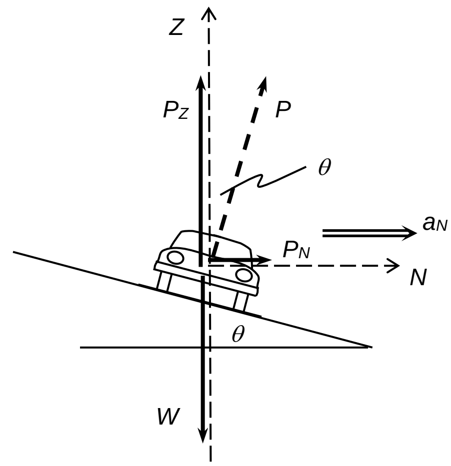
$$\frac{P sen\theta}{P\cos\theta} = \frac{m\,v^2/\rho}{mg}$$

$$tg\theta = \frac{v^2}{\rho g} = \frac{30.556^2}{300(9.81)} = 0.3172$$

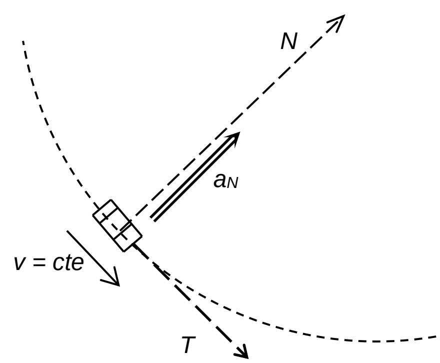
$$\theta = 17.6°$$

El que la masa se anule significa en términos prácticos que cualquier vehículo podrá circular por esta curva sin depender de la fricción transversal si la toma a esta velocidad.

¿Cómo actuará la fricción transversal si el auto viaja a mayor velocidad?
¿Cómo actuará la fricción transversal si el auto viaja a menor velocidad?



Corte transversal



Vista superior

Ejemplo 3.25. Determinar la máxima rapidez con la que puede viajar un auto por una curva circular horizontal con los siguientes datos: m= 1600 Kg; R=350 m; α=12°; Coeficiente de fricción transversal μ_S =0.3

Solución: llamemos P a la fuerza normal que el pavimento le aplica al auto

$$+\uparrow \Sigma F_Z = P_Z - W - F_{RZ} = 0$$

$$P\cos\alpha - mg - \mu P sen\alpha = 0$$

$$P\cos 12^o - 1600(9.81) - 0.3 P sen 12^o = 0$$

$$0.9781P - 15696 - 0.0624P = 0$$

$$P = 17139.6\,N$$

$$+\longrightarrow \Sigma F_N = P_N + F_{RN} = m\frac{v^2}{R}$$

$$P sen\alpha + \mu P\cos\alpha = \frac{m}{R}v^2$$

$$17139.6\,sen 12^o + 0.3(17139.6)\cos 12^o = \frac{1600}{350}v^2$$

$$(3563.2 + 5029.5)\frac{350}{1600} = v^2$$

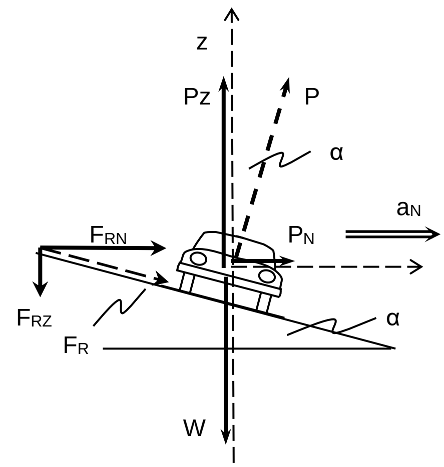
$$v = 43.35\frac{m}{s} = 156.8\frac{km}{hr}$$

A esta velocidad, el auto está a punto de empezar a deslizarse hacia arriba de la pendiente transversal y por lo tanto hacia fuera de la carretera.

También podríamos calcular la fuerza de fricción transversal máxima

$$F_R = \mu N = \mu P = 0.3(17139.6)$$

$$F_R = 5141.9\,N$$



Ejemplo 3.26. Un péndulo de lenteja se suelta en 1 desde el reposo, encontrar el valor de la tensión que la cuerda le aplica, en función del ángulo θ con la horizontal.

Solución:

En la figura se muestra el DCL en un punto intermedio entre las posiciones 1 y 2. Vemos que las únicas fuerzas que actúan son el peso y la tensión de la cuerda. Aplicando la 2ª Ley en dirección tangencial

$$+\searrow \quad \Sigma F_T = W_T = ma_T$$

$$mg\cos\theta = ma_T$$

$$g\cos\theta = a_T$$

Sust. en $\quad a_T ds = v dv$

$$g\cos\theta ds = v dv$$

Integrando desde 1 donde la velocidad es cero y el ángulo θ también hasta un punto cualquiera entre 1 y 2 donde la velocidad ya tiene un valor v y la cuerda forma un ángulo θ

$$\int_0^v v dv = g\int_0^\theta \cos\theta ds$$

Recordando que $\quad ds = Rd\theta$

$$\int_0^v v dv = gR\int_0^\theta \cos\theta d\theta$$

$$\frac{v^2}{2} = gRsen\theta$$

$$v^2 = 2gRsen\theta$$

Aplicando la 2ª Ley en dirección normal o centrípeta

$$+\nearrow \quad \Sigma F_N = T - W_N = m\frac{v^2}{R}$$

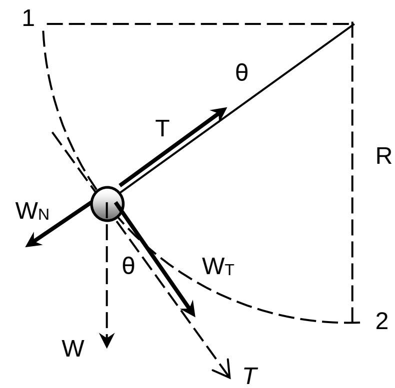
$$T - mgsen\theta = m\frac{v^2}{R}$$

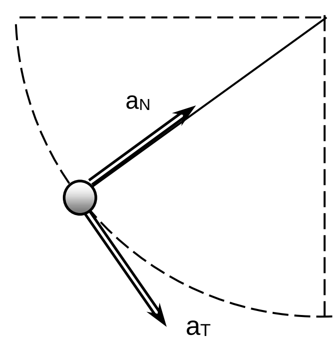
$$T - mgsen\theta = m\frac{2gRsen\theta}{R}$$

$$T - mgsen\theta = 2mgsen\theta$$

$$T = 3mgsen\theta$$

Evidentemente T es variable ya que depende del ángulo θ





Nota: Como veremos este problema se puede resolver muy fácilmente por el principio de conservación de la energía.

3.16 Cuestionario de Leyes del Movimiento.

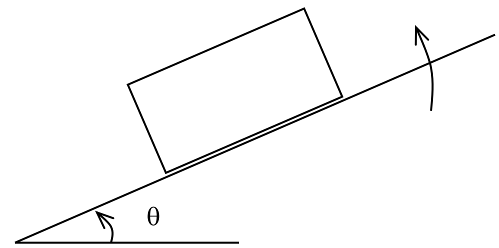
1.- ¿Que estudia la Cinética?
2.- ¿Por qué los cuerpos se mueven como lo hacen?
3.- ¿Por qué decimos que una fuerza nunca ocasiona la aceleración de un cuerpo?
4.- ¿Qué plantea la Primera Ley del movimiento?
5.- ¿Cómo enunciarías la primera Ley en función de la velocidad?
6.- ¿Cómo enunciarías la primera Ley en función de la aceleración?
7.- ¿Cuál es el enunciado de la Segunda Ley del movimiento?
8.- ¿Cuál es la expresión matemática de la Segunda Ley?
9.- ¿Cuál es la definición de masa que se desprende de la Segunda Ley?
10.- Explica la tercera Ley
11.- ¿Cuál es el enunciado tradicional de la tercera ley y cuáles son sus defectos?
12.- Enumera 5 características de las fuerzas a que hace referencia la tercera ley
13.- ¿Cuál es la ecuación de la Ley de Newton de Gravitación Universal y qué significa cada término?
14.- ¿Qué es el DCL?
15.- ¿Qué preguntas deben guiar la elaboración del DCL?
16.- ¿Cuál es el intervalo de valores posible para la fuerza de fricción estática?
17.- Cuándo Fs no es máxima ¿cómo se calcula?
18.- Cuándo Fs es máxima ¿cómo se calcula?
19.- ¿Cómo se calcula la fuerza de fricción cinética?
20.- ¿De qué depende el valor de la fuerza de fricción cinética?
21.- ¿Cuál es el sentido de la fuerza de fricción?
22.- ¿Es correcto decir que el sentido de la fricción siempre es opuesto al movimiento?
23.- A nivel microscópico ¿cómo se explica que la fricción sea proporcional a la normal?
24.- ¿Qué es la fuerza normal?
25.- ¿Cómo se determina el valor de la fuerza normal?
26.- ¿Es correcto decir que la normal es igual al peso? Explica.
27.- ¿Qué es la inercia?
28.- ¿Por qué la inercia no es una fuerza en el sentido newtoniano del término?
29.- ¿Qué es la fuerza centrípeta?
30.- Cuando una esfera gira atada a un hilo y éste se rompe, ¿en qué dirección continúa moviéndose?
31.- En el caso de la esfera de la pregunta anterior, ¿por qué avanza en esa dirección cuando se rompe la cuerda?
32.- Cuando un auto viaja sobre una curva, ¿Se puede decir que sobre él actúa una fuerza centrífuga? Explica.

3.17 Ejercicios sobre Leyes del Movimiento.

1.- Determinar la atracción gravitacional entre dos esferas iguales de 20 kg de masa y 250 mm de radio si se encuentran en contacto.
2.- Determinar la fuerza de atracción gravitacional entre la tierra y la luna con los siguientes datos: masa de la tierra = 5.98×10^{24} kg, masa de la luna = 7.3×10^{22} kg, separación entre sus centros = 3.9×10^{8} m.
3.- Determinar la fuerza que una persona de 140 lb ejerce sobre el piso de un ascensor cuando: A) sube con velocidad constante de 3 ft/s. B) sube con aceleración constante de 3 ft/s^2. C) baja con aceleración constante de 4 ft/ s^2.
4.- Una persona de 70 kg se encuentra de pie sobre una báscula dentro de un ascensor en movimiento, encontrar la magnitud de la aceleración y el sentido del movimiento si la lectura en la báscula es de: A) 580 N. B) 850 N.

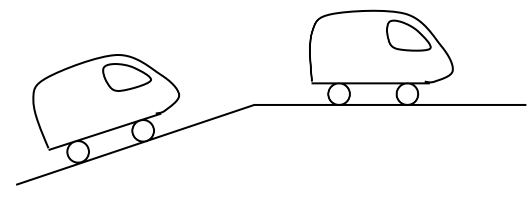
5.- El ángulo del plano inclinado aumenta poco a poco y se observa que cuando θ=30º el bloque está a punto de deslizarse. Calcular el coeficiente de rozamiento estático

Sol. μ_S=0.577



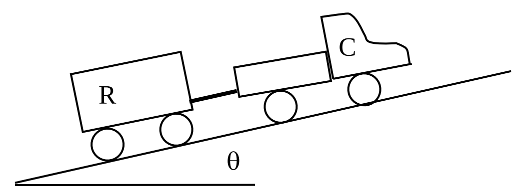
6.- Un camión sube por una pendiente del 3% con una velocidad constante de 60Km/hr. Si el conductor no cambia la posición del pedal de aceleración ni la palanca de velocidades, ¿qué aceleración tendrá el camión al llegar a un tramo horizontal de carretera?

Sol. 0.294 m/s^2



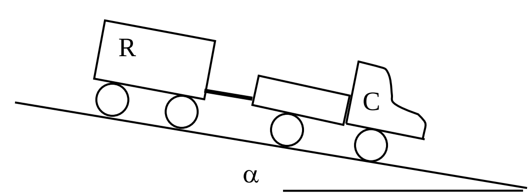
7.- La camioneta C y su remolque R aceleran de 0 a 90Km/hr en 15 [s] al circular por una pendiente ascendente 10º. Calcular: A) La fuerza de tracción del pavimento sobre las llantas. B) La fuerza en la unión entre C y R.
m_C=1800kg; m_R=600kg.

Sol. A) T=8096N
B) F=2023N

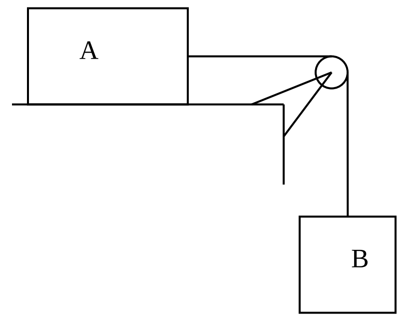


8.- La camioneta C y su remolque R viajan a 80Km/hr por una pendiente descendente 9º, cuando la camioneta frena y se detiene en 5 [s]. Calcular: A) la fuerza en la conexión. B) La fuerza de frenado. m_R=800kg, m_C=1600kg, α=9º

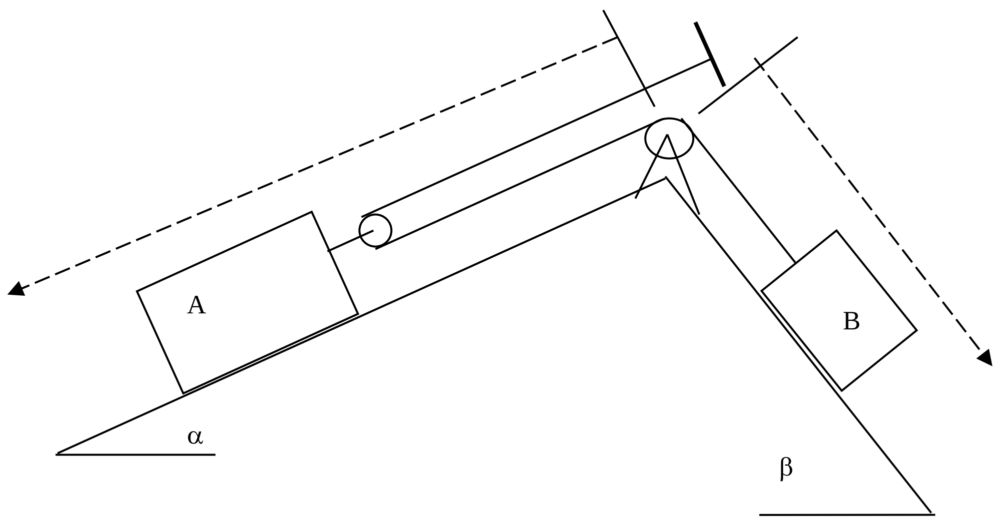
Sol. A) F= 4782.9N



9.- En el sistema mostrado w_A=12 lb; w_B=5 lb; μ_S = 0.3; μ_K = 0.2 . Determinar:
A) la aceleración de cada cuerpo.
B) el peso máximo de B tal que el sistema no se acelere



10.- Encontrar las aceleraciones de cada bloque y la tensión en la cuerda
m_A=60kg; m_B=35kg; α= 25º; β= 55º; μ_{KA}= 0.3; μ_{KB}=0.2
Considerar el sistema de referencia mostrado.



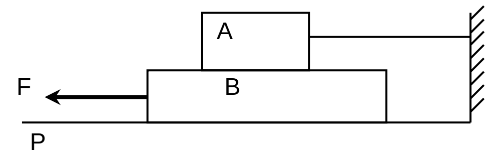
Sol. T=215.41N; a_A=-0.374m/s^2; a_B=0.748 m/s^2;

11.- Un bloque rectangular de 35 kg se encuentra colocado sobre un plano inclinado 20°con la horizontal, los coeficientes de rozamiento estático y cinético son 0.3 y 0.2 respectivamente, y en la esquina superior se le aplica una fuerza de tensión F, formando un ángulo de 25° con el lado superior del bloque.

A) calcular la aceleración si F = 200 N. B) calcular la fuerza F tal que entre el bloque y la superficie se presente la fuerza de fricción estática máxima. C) calcular la fuerza de fricción si F toma el 60% del valor encontrado en el inciso anterior.

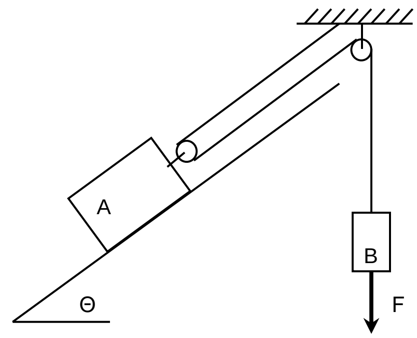
12.- A) Encontrar la fuerza necesaria aplicada al bloque B para que esté a punto de moverse. A está sujeto con una cuerda. P es el piso.
B) Calcular la aceleración de B si F se incrementa un 10 % del valor anterior
m_A = 20 Kg; m_B = 35 Kg
$\mu_{A\text{-}B}$ = 0.3; $\mu_{B\text{-}P}$ = 0.5

Sol: A) 328.3 N; B) a_B = 0.93 m/s^2



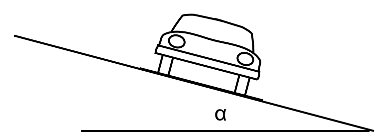
13.- Encontrar la fuerza F que debe aplicársele a B para que A suba con a_A = 0.2m/s^2.
m_A = 300 kg
m_B = 50 kg
μ_K= 0.3
θ = 40°

Sol. F = 844.03 N



14.-Encontrar el ángulo de peralte de una curva horizontal de carretera de 700 m de radio, de manera que no sea necesaria la intervención de la fricción transversal para que un vehículo cualquiera tome la curva a 120 km/hr

Sol.: α = 9.2°



15.- Una locomotora de alta velocidad circula por la cima de una loma a 300 Km/hr. Encontrar: A) El radio mínimo de la curva vertical tal que la locomotora esté a punto de salirse de la vía. B) La fuerza ejercida por el asiento sobre un pasajero de 80 kg cuando el tren viaja a 270 km/hr

Sol: A) 707.89 m B) N=149.1 *N*